XX Encuentro Internacional de Matemáticas

13, 14 y 15 de Noviembre.

EIMAT
2024

Universidad del Atlántico

XX Encuentro Internacional de Matemáticas

Memorias EIMAT-2024

Editado por:

Adolfo Pimienta
Nicolle Guzmán
Tovias Castro

©publicaciones universidad del atlántico
https://www.uniatlantico.edu.co/uatlantico/publicaciones

Sello Editorial
UNIVERSIDAD
DEL ATLÁNTICO

XX Encuentro Internacional de Matemáticas

Memorias EIMAT-2024

Editado por:

Adolfo Pimienta
Nicolle Guzmán
Tovias Castro

©publicaciones universidad del atlántico
https://www.uniatlantico.edu.co/uatlantico/publicaciones

ISSN:2346-1594

Noviembre 13, 14 y 15 de 2024

Programa de Matemáticas
Facultad de Ciencias Básicas

Universidad del Atlántico, Carrera 30 Número 8-49, Puerto Colombia - Atlántico

Editorial

El Encuentro Internacional de Matemáticas, conocido como EIMAT, es un evento de gran relevancia que tiene como objetivo principal difundir investigaciones matemáticas y afines realizadas por investigadores tanto a nivel nacional como internacional. Este encuentro contribuye a la actualización académica de diversos profesionales en el ámbito de las matemáticas. A lo largo de los años, el EIMAT ha logrado integrar de manera exitosa la comunidad matemática de la Universidad del Atlántico con la comunidad internacional, fortaleciendo así los lazos de colaboración y conocimiento en este campo. En su edición XX, celebrada en 2024, contamos con la participación de destacados profesores provenientes de países como Estados Unidos, México, Ecuador, Panamá, Puerto Rico y Venezuela, quienes compartieron sus investigaciones y conocimientos con estudiantes y colegas de la región y el país. Como en cada edición, este congreso se ha consolidado como una plataforma esencial para presentar los resultados obtenidos por estudiantes del programa de pregrado en matemáticas, así como de la maestría en ciencias matemáticas, promoviendo así la cultura de la investigación entre nuestros programas. Durante el evento, se llevaron a cabo conferencias de alto nivel, cursillos relevantes y conferencias magistrales cuidadosamente estructuradas. Además, tuvimos el honor de contar con la participación del destacado matemático colombiano, el doctor Bernardo Uribe Jongbloed, lo que elevó aún más la calidad y el prestigio del congreso. El éxito del EIMAT 2024 como un espacio de encuentro, aprendizaje y colaboración subraya su importancia para la comunidad académica. Esperamos que el EIMAT 2025 sea igualmente fructífero y continúe impulsando la excelencia académica y la investigación en matemáticas. Queremos expresar nuestro agradecimiento a los conferencistas nacionales, a las unidades académicas y, sobre todo, a los estudiantes, por sus valiosas contribuciones al logro del evento. Un agradecimiento especial al profesor Tovias Castro, cuyo compromiso, entrega, disciplina, organización y dedicación han sido fundamentales para el desarrollo y la excelencia de este congreso. Su labor es reconocida y valorada por todos los participantes en el XX EIMAT.

Sinceramente,

Carlos Araujo Martínez

Encuentro Internacional de Matemáticas EIMAT-2024

Sello Editorial
UNIVERSIDAD
DEL ATLÁNTICO

Memorias EIMAT-2024

Volumen 13, Nro 1 Año 2024
ISSN: 2346-1594

Presidente
Carlos Araujo Martínez

Secretario
Tovias Castro Polo

Editores
Adolfo Pimienta
Nicolle Guzmán
Tovias Castro

Comité Editorial
Tovias Castro Polo
Adolfo Pimienta Acosta
Alfredo Roa Narváez

Rector Universidad del Atlántico
Danilo Hernández Rodríguez

Vicerrector de Docencia
Alejandro Urieles Guerrero

Vicerrector de Investigación, Extensión y Proyección Social
Miguel Caro Candezano

Decano Facultad Ciencias Básicas
Karina Isabel Castellanos Romero

Coordinador Programa de Matemáticas U.de.A
Carlos Araujo Martínez

Jefe del Departamento de Extensión y Proyección Social U.de.A
Melisa Del Carmen Eyes Escalante

El material de esta publicación no puede ser reproducido sin la autorización de los autores y editores.

©Universidad del Atlántico Barranquilla, 2024.

Sello Editorial UNIVERSIDAD DEL ATLÁNTICO
EIMAT Encuentro Internacional de Matemáticas
Acreditación de Alta Calidad Resolución 24521 10 Nov 2017
Programa de Matemática

Encuentro Internacional de Matemáticas EIMAT-2024

Sello Editorial
UNIVERSIDAD
DEL ATLÁNTICO

Información General

Presentación

El **XX Encuentro Internacional de Matemáticas** (**EIMAT 2024**) que se llevó a cabo del 13 al 15 de noviembre en la sede norte de la Universidad del Atlántico tiene como objetivo utilizar las Matemáticas para compartir experiencias concretas de la modelación y la resolución de situaciones problemáticas vistas desde diferentes contextos. El evento incluye conferencias y cursillos dirigidos por profesores investigadores nacionales e internacionales, y todos los temas son de gran interés para estudiantes y profesores.

Comité Organizador

- Adolfo Pimienta Acosta
- Alfredo Roa Narváez
- Boris Lora Castro
- Carlos Araujo Martínez
- Gustavo Quintero Álvarez
- Jesus Berdugo De la Ossa
- Kennedy Hurtado Ibarra
- Tovias Castro Polo

Comité Logístico

- Carlos Medina
- Daniel Mejía
- Dylan Antequera
- Edgar Triana
- Dylan Antequera
- Mateo Flores
- Freddy Soto
- Janer Sanchéz
- Madeleine De La Hoz
- Nicole Gómez
- Nicolle Guzman
- Shirly Arteta
- Josué Polo Cantillo
- Yorjanis Luna Fábregas

EIMAT
Encuentro Internacional de Matemáticas

Comité Científico

- PhD. Alfonso Castro, Estados Unidos
- PhD. Carlos Carpintero, Venezuela
- PhD. Daniel Orey, Brasil
- PhD. Daniel Rodriguez, Perú
- Phd. Gabriel Vergara, Colombia
- PhD. Hugo Leiva, Venezuela
- PhD. Jose Luis Mendoza, Colombia
- PhD. Juan CArlos Galvis, Colombia
- PhD. Mario Pineda, Mexico
- PhD. Miguel Caro Candezano, Colombia
- PhD. Mitchael Plaza, Brasil
- PhD. Milton Rosa, Brasil
- PhD. Primitivo Acosta-Humánez, República Dominicana
- PhD. Ramiro Peñas, Colombia
- PhD. Yamilet Quintana, Venezuela

EIMAT
Encuentro Internacional de Matematicas

Encuentro Internacional de Matemáticas EIMAT-2024

Sello Editorial
UNIVERSIDAD
DEL ATLÁNTICO

Índice general

1. Análisis de la Conjetura de Goldbach 3
Julio Cesar Romero Pabón, Gabriel Mauricio Vergara Ríos
Resumen 3
Palabras Claves 4
Referencias 4
Referencias 4

2. Semillero de Investigación en Estadística: Fomentando Nuevas Generaciones de Investigadores en la Educación 5
José Delgado Beitia; Jareidis Cortez; Andrés Castillo
Resumen 5
Palabras Claves 6
Referencias 6
Referencias 6

3. Análisis discriminante aplicado en el estudio del Síndrome Metabólico y la Obesidad y su asociación con el riesgo de algunos problemas cardiovasculares 9
Eyvis M Barraza López, José V Barraza A
Resumen 9
Palabras Claves 9
Referencias 9
Referencias 9

4. Characterization of Chaotic Attractors in N-Dimensional Unstable Dissipative Systems Using Polynomial Segments 11
Edgar Cristian Díaz González, Baltazar Aguirre Hernández
Resumen 11
Palabras Claves 11
Referencias 12
Referencias 12

5. Conjuntos $h-$abiertos en espacios topológicos generalizados 13
Julian Castañeda, José Sanabria y Margot Salas-Brown
Resumen 13
Palabras Claves 13
Referencias 14
Referencias 14

6. Invariantes de Nudos: Coloraciones de Fox y su Generalización 15
Gabriel Montoya Vega
Resumen 15
Palabras Claves 15
Referencias 15
Referencias 15

7. La Importancia de la Modelación de las Ciencias Básicas en las Investigaciones 17
Julio Cesar Romero Pabón, Gabriel Mauricio Vergara Ríos
Resumen 17
Palabras Claves 18
Referencias 18
Referencias 18

8. Modelamiento del nitrógeno y fosfato del agua con Redes Complejas en las cuencas del río Quindío 19
Jorge Mario García Usuga, Mónica Jhoana Mesa Mazo, César Augusto Acosta Minoli
Resumen 19
Referencias 21
Referencias 21

9. On the Global Attractor of a Delay Differential Equation 23
Yessica Yulieth Julio Pérez
Resumen 23
Palabras Claves 23
Referencias 24
Referencias 24

10. Operador de Koopman en espacios con exponente variable 25
Carlos F. Álvarez
Resumen 25
Referencias 25
Referencias 25

11. Random expansive measure 27
Rafael J Alvarez Bilbao, E. Santana, M. Oliveira
Resumen 27
Keywords 28

Referencias 28
Referencias 28

12. Sistema de paseos aleatorios interactuantes: condiciones para la transición de fase 29
Jaime Antonio Utria Valdes
Resumen 29
Palabras Claves 29
Referencias 30
Referencias 30

13. Sistemas dinámicos en redes de Reacciones químicas 31
Astrid Liliana Contreras Mendoza
Resumen 31
Palabras Claves 32
Referencias 32
Referencias 32

14. Teorema de los ceros de Hilbert y otras propiedades sobre ideales en un anillo de polinomios 33
Edgar Alejandro Triana Quiñones
Resumen 33
Palabras Claves 33
Referencias 34
Referencias 34

15. Transversalidad y Aplicaciones a Resultados de Unicidad en Problemas Geométricos Riemannianos 35
Elkin Cárdenas Díaz
Resumen 35
Palabras Claves 35
Referencias 35
Referencias 35

16. Un Análisis de la Fibración de Hopf 37
Hollman Lugo Mazo, John Guerrero Guio, Robinson Galvis Quiroga
Resumen 37
Palabras Claves 37
Referencias 38
Referencias 38

17. Un Estudio Algebraico de Centralizadores 39
Wilson Arley Martinez Flor, Samin Ingrith Ceron Bravo
Resumen 39
Palabras Claves 39
Referencias 40
Referencias 40

18. Decision-Dependent Wasserstein Distributionally Robust Optimization 41
Mauricio Junca, Diego Fonseca
Resumen 41
Referencias 41
Referencias 41

19. Varroosis y su Efecto en la Producción de Miel: Un Modelo Matemático Predictivo 43
Carlos Andrés Trujillo Salazar, Oscar Emilio Molina-Diaz
Resumen 43
Palabras Claves 44
Referencias 44
Referencias 44

20. Aplicación de Cartas de Control e Índices de Capacidad para el Monitoreo y Análisis de los Tiempos de Consulta en una IPS de Córdoba desde Junio de 2021 a Julio de 2023 45
David Alberto Vergara Santis
Resumen 45
Palabras Claves 46
Referencias 46
Referencias 46

21. Crecimiento tumoral en un modelo Kirschner-Panetta con efecto de interleucina-2 49
Sebastian Olano, Fredy L. Dubeibe
Resumen 49
Palabras Claves 49
Referencias 49
Referencias 49

22. Aplicación de R en el análisis estadístico de la incidencia del dengue en Panamá, año 2024 51
Kimberly Sanchez, Meriam Cerrud, Jareidis Cortez, José Delgado
Resumen 51
Palabras Claves 52
Referencias 52
Referencias 52

23. Estados Confinados Para La Ecuación De Schrödinger Y Modos Atrapados Para La Ecuación De Onda 53
María Isabel Romero Rodríguez
Resumen 53
Palabras Claves 54
Referencias 54
Referencias 54

24. Estructuras convexas flexibles 55
José Sanabria, Adolfo Pimienta, Semiramis Zambrano
Resumen 55
Palabras Claves 55
Referencias 55
Referencias 55

25. Fenómenos de explosión en variedades Riemannianas 57
Daimon Santiago Mayorga Carreño
Resumen 57
Palabras Claves 57
Referencias 58
Referencias 58

26. Formas Diagonales 59
Carlos Alirio Rico Acevedo
Resumen 59
Palabras Claves 60
Referencias 60
Referencias 60

27. Simulación de la dinámica del transporte público intermunicipal del departamento del Quindío y los efectos en la toma de decisiones de los organismos de tránsito 61
Jorge Mario García Usuga, Mónica Jhoana Mesa Mazo, César Augusto Acosta Minoli
Palabras Claves 62
Referencias 62
Referencias 62

28. Algunos Subsemigrupos Regulares de $L_{\mathbb{F}}(V)$ y $M_n(\mathbb{F})$ 63
Juan Camilo Camacho Parra
Resumen 63
Palabras Claves 64

29. Análisis estadístico de datos topológicos mediante paisajes de persistencia 65
Rafael Melendez Surmay, Alex Pico Amaya
Resumen 65
Palabras Claves 65
Referencias 66
Referencias 66

30. Función del espacio comformacional y topología de la función de energía potencial de la molécula de butano 67
Dairo José Hernández Páez, Carlos Alberto Cadavid Moreno, Alejandro Gómez Ramírez
Resumen 67
Palabras Claves 68
Referencias 68
Referencias 68

31. Funciones de $(2,k)$-variación acotada en espacios 2-normados 69
Osmin Ferrer, Kandy Ferrer, Jaffeth Cure
Resumen 69
Palabras Claves 69
Referencias 69
Referencias 69

32. Improving the Speed of Convergence of Stabilizing Controls (Mejora en la Velocidad de la Convergencia de Controles Estabilizantes) 71
Baltazar Aguirre Hernández
Resumen 71
Palabras Claves 71
Referencias 71
Referencias 71

33. Números mal aproximados y su enfoque en la teoría ergódica mediante el Mapeo de Gauss 73
Daniel A. Arias Á., Andrei A. González G., Esteban Herrera C.
Resumen 73
Palabras Claves 74
Referencias 74
Referencias 74

34. Polinomios Generados de la Extensión del Teorema del Binomio y el Número Pi 75
Julio Cesar Romero Pabón, Martín Martínez Palmera
Resumen 75
Palabras Claves 76
Referencias 76
Referencias 76

35. Problema de Optimización de Valor Ordenado y sus aplicaciones en modelos de ajuste de parámetros con presencia de outliers 77
Gustavo David Quintero Álvarez
Resumen 77
Palabras Claves 78
Referencias 78

Referencias 78

36. Propiedades diferenciales y una relación de ortogonalidad en la nueva nueva familia de polinomios discretos generalizado de tipo U-Mittag-Leffler 79
Aberth Avilez Aldana
Resumen 79
Palabras Claves 79
Referencias 79
Referencias 79

37. Simulación Numérica de un Modelo de Invasión de Células Cancerígenas 81
Diego García, Catalina Domínguez, Ricardo Prato
Resumen 81
Palabras Claves 81
Referencias 81
Referencias 81

38. Sobre espacios 2-normados flexibles refinados 83
José Sanabria, Osmin Ferrer, Arley Sierra
Resumen 83
Palabras Claves 83
Referencias 84
Referencias 84

39. Sobre Los Teoremas de Colli-Visintin, Y Algunos Problemas Abiertos 85
Ramiro Peñas Galezo
Resumen 85
Palabras Claves 85
Referencias 85
Referencias 85

40. Some notions on $\mathcal{L}C$-sets and decomposition of continuity via bioperations 87
Ennis Rosas
Resumen 87
Palabras Claves 87
Referencias 88
Referencias 88

41. Sparse Identification of Nonlinear Dynamics (SINDy) in Pattern Formation Systems: A Data-Driven Approach 89
César Augusto Acosta Minoli Jorge Mario García Usuga Mónica Johana Mesa Mazo
Resumen 89
Keywords 89

Referencias 89
Referencias 89

42. Sucesores y predecesores en retículas de topología 91
Melissa Guerra Martínez
Resumen 91
Palabras Claves 91
Referencias 91
Referencias 91

43. Una Breve Introducción a los Grafos Profinitos 93
Jesus Eduardo Berdugo De La Ossa
Resumen 93
Palabras Claves 93
Referencias 94
Referencias 94

44. Espacios normados difusos 95
Andrés Felipe Morantes Arciniegas
Resumen 95
Palabras Clave 96
Referencias 96
Referencias 96

45. Análisis, Modelación y Predicción del Precio Promedio del Aguacate Hass en Colombia Tomando como Base Datos Históricos desde 2013 hasta 2023 97
Laura Vanesa Muñoz Guerra, Sauly Andrés Wilchez Martinez
Resumen 97
Palabras Claves 98
Referencias 98
Referencias 98

46. Comportamientos Sociales Sexuales en el Lugar de Trabajo: Explorando su Efecto en la Intención Empresaria 99
Mónica Jhoana Mesa Mazo, Kerlin Dahana Rodríguez , Juan Manuel Aristizábal Tamayo
Resumen 99
Referencias 100
Referencias 100

47. Conjuntos profundos de Erdős en $\mathbb{Z}_n$ 101
Mauricio Jafet Santos Camargo
Resumen 101
Palabras Claves 102
Referencias 103
Referencias 103

48. Corruption's Diffusion and the Criminal Justice System: A Dynamical Model 105
Almanza R. Camilo, Ospino P. Jorge E, Ramos R. José L.
Resumen 105
Palabras Claves 105
Referencias 105
Referencias 105

49. Producto Tensorial de Espacios con Forma Sesquilineal 107
Arley Yessit Sierra Acosta, Osmin Oberto Ferrer Villar, Jorge Arrieta
Resumen 107
Palabras Claves 107
Referencias 107
Referencias 107

50. Algoritmo de la divisioón en el anillo $\mathbb{K}[x_1, \cdots, x_n]$ usando Bases Grobner 109
Rocky Rodriguez
Resumen 109
Palabras Claves 109
Referencias 109
Referencias 109

51. Análisis del precio de subastas del ganado bovino mediante regresión lineal múltiple 111
Noemyz Martínez Arrieta
Resumen 111
Palabras Claves 111
Referencias 112
Referencias 112

52. Análisis del proyecto educativo comunitario del Centro Etnoeducativo Rural Bilingue Inga San Pedro de Colón. 113
Bravo Rodriguez Jose Danilo, Ordoñez Ceballos Karen Viviana
Resumen 113
Una Mirada a los Principios Éticos de la Comunidad Inga del Putumayo en su Sistema Educativo 113
Saberes Matemáticos Escolares y Comunitarios en el Contexto del Proyecto Educativo Comunitario 114
Palabras Claves 115
Referencias 115
Referencias 115

53. Aspectos dinámicos del acoplamiento skew de la familia logística . . . 117
Osvaldo Ozuna, Cristian Rojas
Resumen 117
Palabras Claves 117

Referencias 118
Referencias 118

54. Estrategias de impacto pedagógico y social en el área de Matemáticas en la Fundación Universitaria Salesiana 119
Ana Montenegro, Yadira Sanabria
Resumen 119
Palabras Claves 120
Referencias 121
Referencias 121

55. Gestión óptima de recursos forestales agricolas y pesqueros mediante teoría de control 123
Ingrid Milena Cholo Camargo, Jorge Amador Moncada, Gerard Olivar Tost
Resumen 123
Palabras Claves 123
Referencias 124
Referencias 124

56. Modelado Matemático para el Servicio de Recolección de Basura . . . 125
Oscar Molina, Carlos Trujillo, Ingrid Cholo, Luz Cardona, Mario Valencia
Resumen 125
Palabras Claves 126
Referencias 126
Referencias 126

57. Sobre rango del operador de onda semilineal con condiciones de frontera Dirichlet-periódicas 127
Arturo Sanjuán
Resumen 127
Palabras Claves 127
Referencias 127
Referencias 127

58. Un Modelo Matemático Para el SIDA Incluyendo Terapias Antirretrovirales 129
Harold Andrés Jiménez Rubio, Jorge Mauricio Ruiz Vera
Resumen 129
Palabras Claves 129
Referencias 130
Referencias 130

59. Una Relación entre la Función Zeta de Riemann y los Polinomios U-Bernoulli, U-Euler y U-Genocchi 131
Snaider Rafael Berdugo Mejía
Resumen 131
Palabras Claves 131
Referencias 131
Referencias 131

60. Versión Δ_h-Appell para los polinomios de Bernoulli generalizados de nivel m y principio de monomialidad 133
William Ramírez
Resumen 133
Palabras Claves 133
Referencias 134
Referencias 134

61. Álgebras de Funciones Continuas con Valores Vectoriales 137
Lourdes Palacios
Resumen 137
Palabras Claves 137
Referencias 137
Referencias 137

62. Algunos resultados sobre derivadas fraccionarias y generalizadas . . . 139
Miguel José Vivas C
Resumen 139
Referencias 139
Referencias 139

63. Análisis de datos por medio de topologías generalizadas 141
Julian Castañeda, Carlos Giraldo, Margot Salas Brown
Resumen 141
Palabras Claves 141
Referencias 142
Referencias 142

64. Coloración de Grafos: Algoritmo Voraz y una Cota Superior para el Número Cromático 143
Frandeiker Castro Julio
Resumen 143
Palabras Claves 144
Referencias 144
Referencias 144

65. Importancia de la función φ de Euler 145
Mario Pineda Ruelas
Resumen 145
Palabras Claves 145
Referencias 145
Referencias 145

66. ¿Derivada Fraccionaria? 147
José Luis Guevara Rodríguez, Jhon Mina Cristian Ladino
Resumen 147
Palabras Claves 147
Referencias 148
Referencias 148

67. Discriminante y Base Entera de Campos de Números Dihédricos . . . 149
Julio Pérez Hernández, Mario Pineda Ruelas
Resumen 149
Palabras Claves 149
Referencias 149
Referencias 149

68. Homología simplicial 151
Valentina Martínez González
Resumen 151
Palabras Claves 152
Referencias 152
Referencias 152

69. Introducción a los teoremas de Gödel 153
José Luis Guevara Rodríguez
Resumen 153
Palabras Claves 153
Referencias 153
Referencias 153

70. Resultados tipo Lancret para curvas en el espacio de Minkoswski . . . 155
Héctor Guerrero Mora
Resumen 155
Palabras Claves 155
Referencias 156
Referencias 156

71. Teoría de Representaciones en Espacios de Krein: El grupo de Lie SU(1,1) 157
Arley Yessit Sierra Acosta, Osmin Oberto Ferrer Villar
Resumen 157
Palabras Claves 158

Referencias 158
Referencias 158

72. Una generalización de los operadores de aproximación rough flexible vía funciones de tránsito 159
José Sanabria, Leison Noriega, Osmin Ferrer
Resumen 159
Palabras Claves 159
Referencias 160
Referencias 160

73. Operadores de Convolución:Teoría y Aplicaciones 161
Oswaldo Dede Mejía
Resumen 161
Palabras Claves 161
Referencias 162
Referencias 162

Miércoles 13 de Noviembre

Capítulo 1
Análisis de la Conjetura de Goldbach

Julio Cesar Romero Pabón, Gabriel Mauricio Vergara Ríos

Resumen

En actualidad los números primos son considerados como un tema de mucha importancia, tanto para las matemáticas como para las otras ciencias, por sus múltiples aplicaciones. En este trabajo se presenta una demostración de las conjeturas de Goldbach, la fuerte como la débil, las cuales afirman que: "Todo número par mayor que 2 puede escribirse como suma de dos números primosz que "Todo número impar mayor que 5 puede escribirse como la suma de tres números primos". Para realizar estas demostraciones se analizó inicialmente todas las combinaciones para obtener los números pare e impares generados al sumar respectivamente dos o tres números primos. Al final se obtuvieron dos relaciones matemáticas muy relevantes, demostradas por el método de inducción matemática, que permite verificar la validez de estas conjeturas.

El matemático Christian Goldbach (1690 a 1764) en una carta dirigida al ilustre compañero Euler en 1742, le comentaba que había observado que todo número par mayor que 2 podía escribirse como la suma de dos números primos. Además, que todo número impar mayor que 5 podía escribirse como la suma de tres números primos. Es aquí donde surgen estas grandes conjeturas. La conjetura de Goldbach, conocida también como la conjetura fuerte de Goldbach dice que: "todo número par mayor que 2 puede escribirse como la suma de dos números primos". El matemático Euler no logró demostrar ni refutar este enunciado. Desde entonces se convirtió en un problema abierto en matemáticas, el cual fue propuesto por G.H. Hardy, en 1921, ante la Sociedad Matemática de Copenhague.

La demostración de esta conjetura es considerada uno de los problemas más difíciles para resolver de las matemáticas. Sin embargo, muchos estudiosos no lo-

UNIVERSIDAD DEL ATLÁNTICO e-mail: julioromero@mail.uniatlantico.edu.co, gabrielvergara@mail.uniatlantico.edu.co

gran comprender como es que un problema con enunciado tan sencillo no se haya podido resolver aún. Como se expresó antes, a la fecha, la Conjetura de Goldbach no se ha podido demostrar, pero con la ayuda de los ordenadores se ha verificado que esta es cierta para todos los números pares menores que 10^{18}, pero esto no valida que sea cierta en términos generales, ya que, hay infinitos números pares mayores que el número máximo que tomó en el ordenador para verificar dicha conjetura.

Los números primos parecen cosas muy simples, ya que son usados por todos para multiplicar números enteros. Pero sin embargo los números primos son los bloques constituyentes básicos de los números naturales y aparecen en todas las matemáticas. Son muy misteriosos, y parecen distribuirse prácticamente al azar. No hay duda de que los primos son un enigma. Quizás esto es una consecuencia de su definición, por lo que es necesario entender los primos, para desentrañar sus grandes secretos y fortalezas en el mundo de las matemáticas. En el libro titulado ”Los grandes problemas matemáticos”Stewart, explica cuáles son estos problemas, su importancia, así como lo que impulsa a los matemáticos a retos increíbles para resolverlos, además de proyectar su situación en el contexto de las matemáticas y las ciencias en general. Este trabajo realizado por Stewart es una guía ideal en este mundo misterioso y emocionante, que muestra cómo los matemáticos modernos se enfrentan a los retos establecidos por sus predecesores.

Palabras Claves

Números primos, conjetura de Goldbach, matriz de números primos.

Referencias

1. S. Barrios. (2018) *Historia de las matemáticas*. The Galobart Books., Madrid,España.
2. J. Romero, S. Nieves y G. Vergara. (2024) “Análisis de la Conjetura de Godbach”. *Prospectiva* V.22 1, 146–166.
3. J. Romero, S. Nieves y R. Figueroa. (2021) “Análisis y programación de los números primos”. *Prospectiva* V.19 2, 1–20.

Capítulo 2
Semillero de Investigación en Estadística: Fomentando Nuevas Generaciones de Investigadores en la Educación

José Delgado Beitia; Jareidis Cortez; Andrés Castillo

Resumen

La experiencia de crear un semillero de estudiantes de estadística, cuyo objetivo es motivar a los jóvenes a convertirse en investigadores en el área de estadística. El semillero proporciona un espacio de formación investigativa en el que se desarrollan habilidades críticas y metodológicas necesarias para investigar problemas actuales en estadística aplicada, especialmente dentro del contexto educativo.

La enseñanza de la estadística ha cobrado mayor relevancia en la última década, en parte debido al auge de los datos masivos y la creciente necesidad de tomar decisiones fundamentadas en análisis cuantitativos. Sin embargo, la transición de estudiantes a investigadores sigue siendo un desafío. Según señala [**?**], los semilleros de investigación son espacios en los que se permite hacer un intercambio de ideas y poder desarrollarlas como grupo académico, y están conformados por todas aquellas personas que quieran dar sus primeros pasos en el área de la investigación.

La creación de un semillero de investigación en estadística responde a este desafío, proporcionando un espacio que fomenta el interés por la investigación a través de la experimentación, la indagación científica y el trabajo colaborativo. Este proyecto se enmarca en la necesidad de fortalecer las competencias investigativas.

El objetivo de esta propuesta es establecer una base sólida para la formación de nuevos investigadores que puedan contribuir significativamente al desarrollo del campo estadístico.

El enfoque teórico que sustenta esta iniciativa se centra en la educación y la investigación en estadística. A nivel educativo, se apoya en las teorías constructivistas de [2], basados en la teoría de Vygotsky y Piaget, que enfatizan la importancia del aprendizaje colaborativo y la construcción activa del conocimiento. Estas teorías subrayan que el aprendizaje en el contexto de un semillero debe involucrar la interacción con otros estudiantes y mentores, así como la exposición a experiencias

Universidad de Panamá e-mail: jose.delgado-b@up.ac.pa, jareidis-s.cortez-o@up.ac.pa

prácticas que permitan a los estudiantes interiorizar conceptos abstractos mediante la aplicación concreta.

Las redes de semilleros de investigación contribuyen a la formación del estudiante, para que desarrolle sus habilidades de trabajo en equipo y abordar temas de interés de los participantes enfocado en este caso a mejoras técnicas estadísticas para sus investigaciones [2].

En el ámbito de la investigación en estadística, se consideran los planteamientos de los investigadores en los que se aboga por una enseñanza de la estadística orientada a la resolución de problemas reales, lo cual refuerza la pertinencia de vincular a los estudiantes con proyectos de investigación aplicada. Además, este marco se alinea con las perspectivas más recientes sobre el desarrollo del pensamiento crítico en estudiantes.

La metodología adoptada en el semillero sigue un enfoque cualitativo y cuantitativo mixto. Se emplean técnicas de aprendizaje basado en proyectos, donde los estudiantes trabajan en investigaciones que han puesto en marcha explicándoles qué técnicas estadísticas pueden utilizar y cómo utilizarlas. A través de encuestas, entrevistas y análisis estadístico de datos recopilados en estudios previos o en proyectos nuevos.

La población objetivo incluye estudiantes de la escuela de estadística en la que actualmente hay tres licenciaturas en el que participan estudiantes de todos los años y en el que cabe resaltar es el primer semillero de la escuela de estadística.

Los estudiantes que participarán en el semillero mostrarán mejoras significativas en su capacidad para formular preguntas de investigación, aplicar técnicas estadísticas adecuadas y trabajar colaborativamente en la solución de problemas. Además, habrá un aumento en la motivación de los participantes para continuar con estudios avanzados en el campo de la estadística.

Las reflexiones que se obtienen de esta experiencia subrayan la importancia de los semilleros como espacios formativos clave para la creación de nuevos investigadores. Además, se ha evidenciado que involucrar a los estudiantes en proyectos reales aumenta su comprensión de los conceptos estadísticos y su capacidad para aplicar estos conocimientos en contextos educativos y científicos.

Palabras Claves

Semillero de investigación, estadística aplicada, aprendizaje colaborativo, proyectos de investigación, educación estadística.

Referencias

1. Cantú Munguía, I. A., Medina Lozano, A.,and Martínez Marín, F. A. (2019). Semillero de investigación: Estrategia educativa para promover la innovación tecnológica.

RIDE Revista Iberoamericana Para La Investigación y El Desarrollo Educativo, 10(19). https://doi.org/10.23913/ride.v10i19.505

2. Garcia, et al. (2023). “Teorías constructivistas en la enseñanza de la estadística aplicada”. *Journal of Statistical Education*.

Capítulo 3
Análisis discriminante aplicado en el estudio del Síndrome Metabólico y la Obesidad y su asociación con el riesgo de algunos problemas cardiovasculares

Eyvis M Barraza López, José V Barraza A

Resumen

Uno de los campos de aplicación del Análisis Discriminante(AD), es la Medicina. Esta charla se orienta a analizar los tipos de trastornos que vienen manifestando miembros de una comunidad universitaria, asociados con algunas variables como el Índice de masa corporal(IMC), Peso, Estatura, Presión Arterial, Circunferencia Abdominal,Índice cintura altura y otras que iremos mencionando y su relación con los tipos de obesidad y el riesgo de padecer enfermedades cardiovasculares. Inicialmente aplicamos el análisis de factores por componentes principales con el propósito de describir las características de los núcleos poblacionales conformados por las personas a quienes va dirigida ésta investigación y finalmente se aplica el AD, con el propósito de hacer predicciones.

Palabras Claves

Análisis discriminante, Variables latentes,Componentes principales, Coeficientes no estandarizados y síndrome metabólico.

Referencias

1. De La Garza, J; Morales,S, B; et als (2013) *Análisis y estadístico multivariante.McGraw-Hill/Interamericana Editores,S.A, de C.V, México*.
2. Díaz, M.L (2002).*Estadística multivariada inferencia y métodos. Panamericana Formas e Impresos S.A,Bogotá, D,C.*

Fundación Universitaria San Martín - Universidad del Atlánticoe-mail: eyvismbl@gmail.com-josebarraza@mail.uniatlantico.edu.co

Capítulo 4
Characterization of Chaotic Attractors in N-Dimensional Unstable Dissipative Systems Using Polynomial Segments

Edgar Cristian Díaz González, Baltazar Aguirre Hernández

Resumen

In this talk we examine the characteristic polynomial of n-dimensional systems, defining a segment of polynomials using a single parameter. This parameter helps identify the maximal interval of dissipativity and unstability. The results are applied to generate a family of attractors from unstable dissipative systems (UDS) of affine linear type. This family of chaotic switched systems is determined by the maximal interval of perturbation of the matrix that governs the dynamics for still having scroll attractors.

(En esta conferencia examinamos el polinomio característico de sistemas n-dimensionales, definiendo un segmento de polinomios utilizando un único parámetro. Este parámetro ayuda a identificar el intervalo máximo de disipación e inestabilidad. Los resultados se aplican para generar una familia de atractores a partir de sistemas disipativos inestables (UDS) de tipo lineal afín. Esta familia de sistemas conmutados caóticos está determinada por el intervalo máximo de perturbación de la matriz que gobierna la dinámica para seguir teniendo atractores tipo scroll).

Palabras Claves

Attractors, segment of polynomials, systems UDS, (atractores, segmentos de polinomios, sistemas UDS).

Universidad autónoma Metropolitana-Iztapalapa e-mail: dige@xanum.uam.mx

Referencias

1. Aguirre-Hernández, B, ; Campos-Cantón, E.; López-Renteria, J. A. and Díaz González, E. C. "A polynomial approach for generating a monoparametric family of chaotic attractors via switched linear systems", *Chaos, Solitons and Fractals*, Volume 71, 2015, Pages 100-106, ISSN 0960-0779, https://doi.org/10.1016/j.chaos.2014.12.012.
2. Campos-Cantón, E.; Femat, R. and Chen, G. (2012) "Attractors generated from switching unstable dissipative systems". *Chaos*; 22:033121.

Capítulo 5
Conjuntos $h-$abiertos en espacios topológicos generalizados

Julian Castañeda, José Sanabria y Margot Salas-Brown

Resumen

Presentaremos la noción de conjunto h-abierto tanto en estos espacios topológicos como en espacios topológicos generalizados. Los espacios topológicos generalizados amplían el concepto tradicional de espacios topológicos al exigir solamente la estabilidad de uniones arbitrarias. Los espacios topológicos generalizados, introducidos por Császár [1], permiten un análisis más flexible y amplio de propiedades topológicas. Los conjuntos h-abiertos, introducidos por Abbas[2], han sido recientemente adaptados a los espacios topológicos generalizados para ayudar en el estudio de la convergencia de sucesiones mediante filtros, tal y como lo plantearon Ramos-Fernández et al. [3] en 2023.

En esta charla hablaremos sobre las propiedades de los conjuntos h-abiertos en el marco de topologías generalizadas. Definimos los conjuntos μ_h-abiertos, que son una forma especial de conjuntos h-abiertos y mostramos que forman una topología generalizada. Además, demostramos que estos conjuntos se mantienen estables bajo funciones continuas. Analizamos la conexión entre los conjuntos μ-abiertos mínimales y los conjuntos μ_h-abiertos. Estos resultados hacen parte de una investigación reciente [4].

Palabras Claves

$H-$abierto, topología generalizada

Universidad Sergio Arboleda e-mail: margot.salas@usa.edu.co

Referencias

1. Á: Császár. Generalized topology, generalized continuity. *Acta Math. Hungar.*, **96** (2002) 351–357.
2. F. Abbas, On h-open sets and h-continuous functions, *Boletim da Sociedade Paranaense de Matemática*, **41** (2023), 1-9
3. J. C. Ramos-Fernandez, E. Rosas, M. Salas-Brown, Convergence of sequences in generalized topological spaces via filter, *Communications of the Korean Mathematical Society*, **38(3)** (2023),901-911.
4. J Castañeda. J. Sanabria, M. Salas-Brown, A study of minimal open and $h-$Open set in generalized topological spaces,(submitted, 2024).

Capítulo 6
Invariantes de Nudos: Coloraciones de Fox y su Generalización

Gabriel Montoya Vega

Resumen

En esta charla, abordamos la teoría matemática de nudos y exploramos cómo construir invariantes para ellos. Basados completamente en los diagramas planares de los nudos, nuestro enfoque incial será las coloraciones de Fox. Esta coloración resulta ser una invariante muy intuitiva, ideal para un estudio inicial de la noción de invariantes de nudos. Posteriormente, estudiamos formas de generalizar esta idea hasta alcanzar el concepto de la célebre ecuación de Yang-Baxter. Actuales y futuras direcciones de investigación serán presentadas.

Palabras Claves

Nudos y enlaces, invariantes, coloraciones de Fox.

Referencias

1. J. H. Przytycki, R. P. Bakshi, D. Ibarra, G. Montoya-Vega, D. E. Weeks (2024) *Lectures in Knot Theory: An Exploration of Contemporary Topics*. *Springer Universitext*, Springer International Publishing. DOI 10.1007/978-3-031-40044-5.

2. G. Montoya-Vega, (2023) *Una Mirada Inicial a la Teoría de Nudos y a la Homología de Khovanov*. *Revista Integración, Temas De matemáticas*, 41(2), 103?123, doi.org/10.18273/revint.v41n2-2023003.

City University of New York - University of Puerto Rico at Río Piedras e-mail: gabrielmontoyavega@gmail.com

Capítulo 7
La Importancia de la Modelación de las Ciencias Básicas en las Investigaciones

Julio Cesar Romero Pabón, Gabriel Mauricio Vergara Ríos

Resumen

Para trabajar la modelación matemática dinámicamente es necesario utilizar herramientas que permitan canalizar la conceptualización, visualización, construcción y demostración de todos los temas que implica la construcción de conceptos matemáticos. Es por estas razones que se ha considerado trabajar con GeoGebra, porque es un programa dinámico de código abierto para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Además, cuenta con un entorno donde el álgebra y la geometría se conectan de forma plena. Convirtiéndolo en una herramienta ideal para la didáctica de las matemáticas, ya que permite que los procesos de enseñanza y aprendizaje interactúen con el mundo digital cualquier nivel educativo como son: la básica, secundaria y universidad.
Un modelo matemático es una descripción que, desde el punto de vista de las matemáticas, emplea fórmulas para expresar relaciones proporciones, variables, parámetros y relaciones entre variables, conjuntos u operaciones. La rama de las matemáticas que se encarga de estudiar las propiedades de los modelos es la teoría de modelos. Un modelo matemático consta de tres conjuntos básicos de elemento como son: variables, parámetros y relaciones.
Los modelos en las ciencias se clasifican teniendo en cuenta los siguientes aspectos:
A) De acuerdo a la proveniencia de la informaciín:
* Modelo heurístico: definiciones de las causas que originan el problema.
* Modelo Empírico: enfocado en el estudio de los resultados de la experimentación.
B) Por el tipo de resultado pretendido:
* Modelo cualitativo: que se vale de gráficos o grafos y busca su interpretaciín.
* Modelo Cuantitativo: necesitan dar un número, se apoya en fórmulas matemáticas.
C) Según el objeto del modelo:
* Modelo de simulación: que intenta adelantarse a un resultado en una determinada

UNIVERSIDAD DEL ATLÁNTICO e-mail: julioromero@mail.uniatlantico.edu.co, gabrielvergara@mail.uniatlantico.edu.co

situaciín.
* Modelo de optimizaciín, que contempla distintos casos y condiciones, alternando valores, para encontrar la configuracin más satisfactoria.
* Modelo de control, a través del cual se pueden determinar los ajustes necesarios para obtener un resultado particular.
La modelación matemática se fortaleció con la aparición del ordenador en los años del 40 al 50 del siglo XX. Fue impulsado por los requerimientos, sin precedente, de los gobiernos de Estados Unidos y de la Unión Soviética (1997) para la creación de escudos de defensa antiaérea contra mísiles nucleares. En este caso la modelación matemática cumplió con todas las expectativas, explosiones nucleares, trayectorias de misiles y lanzamiento de satélites fueron realizados con anterioridad en las entrañas de ordenadores con la ayuda de modelos matemáticos. Este éxito contribuyó al desarrollo de la modelación de la ciencia hasta sus niveles actuales posicionándola en el núcleo estructural de la sociedad de la información.

Palabras Claves

Modelación , sólidos geométricos, variables, parámetros, funciones.

Referencias

1. Romero, J. (2024) *Didáctica de la Geometría*. Universidad del Atlántico, Barranquilla, Colombia.
2. Kindle, J. (2008) "Geometría Analítica Plana y del Espacio". *Editorial Mc. Graw Hill*.
3. Aragón, L., Jiménez Tenorio, N., Oliva Martínez, J. M., y Aragón-Méndez, M. (2008) "La modelización en la enseñanza de las ciencias: criterios de demarcación y estudio de ciencias". *Revista Científica*,32(2), 193-206..

Capítulo 8
Modelamiento del nitrógeno y fosfato del agua con Redes Complejas en las cuencas del río Quindío

Jorge Mario García Usuga, Mónica Jhoana Mesa Mazo, César Augusto Acosta Minoli

Resumen

La medición de nitrógeno, fosfato y temperatura del agua en cuencas hidrográficas desempeña un papel crucial en la gestión y conservación de los recursos hídricos. Estos parámetros son indicadores clave de la calidad del agua y ofrecen información valiosa para abordar una serie de preocupaciones ambientales y sociales. El nitrógeno y el fosfato son nutrientes esenciales para la vida acuática y terrestre, pero cuando se presentan en exceso, pueden provocar graves problemas de contaminación del agua. El monitoreo constante de estos nutrientes permite identificar fuentes de contaminación, prevenir la eutrofización (el crecimiento excesivo de algas) y proteger la biodiversidad en los ecosistemas acuáticos. La temperatura del agua, por su parte, es un indicador sensible a los cambios climáticos y a las actividades humanas. Su seguimiento ayuda a comprender y mitigar los efectos del cambio climático en los ecosistemas acuáticos y a garantizar un hábitat adecuado para la vida silvestre. Además, la medición de estos parámetros es esencial para garantizar la seguridad del agua potable, ya que niveles elevados de nutrientes y temperatura pueden afectar la calidad del agua para el consumo humano, lo que tiene implicaciones directas en la salud pública. En resumen, la medición de nitrógeno, fosfato y temperatura del agua en cuencas hidrográficas es esencial para preservar la calidad del agua, proteger la biodiversidad, abordar el cambio climático y garantizar la seguridad del suministro de agua potable. Estos datos son fundamentales para la toma de decisiones informadas en la gestión y conservación de los recursos hídricos, contribuyendo así a un entorno más saludable y sostenible. Es por esta razón que evaluar el contenido de estos parámetros y desarrollar una herramienta de software que permita predecir y modelar su contenido y comportamiento es esencial para la toma de decisiones de los organismos de control.

Universidad del Quindío, Corporación Universitaria Empresarial Alexander von Humboldt e-mail: jmgarcia@uniquindio.edu.co,mmesa4@cue.edu.co,cminoli@uniquindio.edu.co

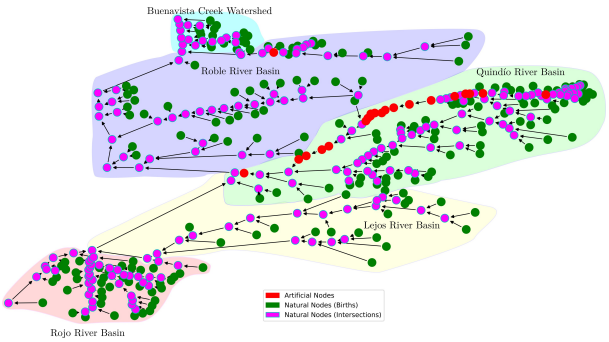

Figura 8.1 Red compleja donde los nodos son lugares en la red y las aristas son los causes naturales de los ríos

Para la creación de la red de la fig 8.1 se tomaron como punto de partida la red o grafo construido en [6, 7, 8], el cual presenta una red dirigida de 409 nodos y 408 aristas que representa la red hidrogáfica del departamento del Quindío. Con esta información, se construirá el Dataframe el cual tendrá las siguientes variables: Nodo inicial, Nodo final, Distancia, Velocidad promedio y Orden.

Para modelar el transporte de partículas en el agua en específico el Nitrógeno, se utiliza el modelo de Nitrificación [1, 4].

$$\begin{aligned} \frac{dN_0}{dt} &= -k_{oa}N_0 \\ \frac{dN_a}{dt} &= k_{oa}N_0 - k_{ai}N_a \\ \frac{dN_i}{dt} &= k_{ai}N_a - k_{in}N_i \\ \frac{dN_n}{dt} &= k_{in}N_i \end{aligned} \tag{8.1}$$

Donde N_o, N_a, N_i, N_n denotan Nitrógeno orgánico, Amoniaco, nitritos y nitratos respectivamente. K_{oa},kai, k_{in} son constantes de nitrificación. Ahora bien, con respecto a los fosfatos Chapra [4] proponen un modelo basado en ecuaciones diferenciales ordinarias para el fosforo orgánico:

$$\frac{dp_{org}}{dt} = \pi pA - K_{p,org}P_{org} - K_{p,settl}P_{org} \tag{8.2}$$

Donde P_{org} Concentración de fósforo orgánico, A es la concentración de amoniaco, π es el porcentaje de fósforo contenido en algas, $k_{P,org}$ Velocidad de decaimiento del fósforo orgánico, $k_{P,settl}$ Velocidad de sedimentación del fósforo orgánico.

Con estas ecuaciones se modela ambos parámetros de calidad del agua, dando información a la red sobre cómo estas se distribuyen en toda la cuenca.

Referencias

1. Benedini, M., & Tsakiris, G. (2013). *Water quality modelling for rivers and streams.* Springer Science & Business Media.
2. Cui, B., Wang, C., Tao, W., & You, Z. (2009). ?River channel network design for drought and flood control: A case study of xiaqinghe river basin, jinan city, china.? *Journal of Environmental Management,* 90(90), 3675?3686.
3. Sivakumar, B., & Woldemeskel, F. (2014). Complex networks for streamflow dynamics. *Hydrology and Earth System Sciences,* 11(18), 7255?7289.
4. Chapra, S. C. (2008). *Surface water-quality modeling.* Waveland press.
5. MINISTERIO DE AMBIENTE Y DESARROLLO SOSTENIBLE. (2022). *Estudio Nacional del agua-ENA 2022.* República de Colombia. Recuperado de `https://www.andi.com.co/Uploads/ENA%202022_compressed.pdf`
6. García Usuga, J. (2022). *Simulación de la evolución de los parámetros físico - químicos del agua en las cuencas del departamento del Quinivo, basada en redes complejas y ecuaciones en derivadas parciales.* Universidad Nacional de Colombia.
7. García-Usuga, J. M., Olivar-Tost, G., Mesa-Mazo, M. J., & Acosta-Minoli, C. A. (2021). Modeling the dynamics of total suspended solids in a mountain basin using network theory. *River Research and Applications,* 37(7), 955?966.
8. García, J. M., Mesa, M. J., & Olivar, G. (2020). Application of the theory of networks to model a drainage network of a watershed: case study department of Quindío Colombia. *Hidrobiológica,* 30(2), 129?142.
9. Gaudard, A., Weber, C., Alexander, T. J., Hunziker, S., & Schmid, M. (2018). Impacts of using lakes and rivers for extraction and disposal of heat. *WIREs Water,* 5(5), e1295.
10. Sierra, C. A. (2021). *Calidad del agua: evaluación y diagnóstico.* Ediciones de la U. Universidad de Medellín.
11. Tzatchkov, V. G., Aldama, A. A., & Arreguin, F. I. (2002). ?Advection-dispersion-reaction modeling in water distribution networks.? *Journal of Water Resources Planning and Management,* 128(5), 334?342.
12. Tzatchkov, V., Aldama Rodríguez, A., & Arreguín Cortés, F. (2000). ?'Modelación numérica de la advección y dispersión de solutos en redes de distribución de agua potable.? *Instituto Mexicano de Tecnología del Agua IMTA,* 15(3), 101?115.
13. Zuluaga, V., García, J. M., Mesa, M. J., & Acosta-Minoli, C. A. (2020). Use of network theory to model water quality parameters in a hydrological network. *Journal of Physics: Conference Series,* 1448, 012006.

Capítulo 9
On the Global Attractor of a Delay Differential Equation

Yessica Yulieth Julio Pérez

Resumen

In this lecture, we will present a study of a one-dimensional nonlocal quasilinear problem of the form

$$\begin{cases} \dfrac{\partial w}{\partial \tau} - a(l(w))\dfrac{\partial w^2}{\partial x^2} = \lambda f(w) + \gamma w(\tau - \rho) + h(\tau),\ \tau > 0,\ x \in \Omega, \\ w(\tau, 0) = w(\tau, 1) = 0, \\ w(\tau) = \phi(\tau),\ \tau \in [-\rho, 0], \end{cases} \tag{9.1}$$

where $\Omega = (0,1), \gamma, \lambda, \rho > 0$, l a continuous operator from $H_0^1(\Omega)$ into $\mathbb{R}^+$, $a \in C(\mathbb{R})$ with $a(\mathbb{R}) \subset [m, M] \subset (0, \infty)$, $f \in C(\mathbb{R}, \mathbb{R})$, $h \in C(\mathbb{R}, L^2(0,1))$ is bounded and $\phi \in C([-\rho, 0], H_0^1(\Omega))$. This problem is nonlocal due to its dependence on the operator $l(w)$).
Our focus extends to establishing the general situation in which the functions involved are only continuous and solutions may not be unique. We will establish conditions for global existence and prove the existence of global attractors.

Palabras Claves

comparison results, multivalued processes, global attractors, uniform bounds.

Universidad de Sucre e-mail: yessica.julio@unisucrevirtual.edu.co

Referencias

1. Arrieta, J. M., Carvalho, A. N., Rodriguez-Bernanl, A. (2000) "Attractors of parabolic problems with nonlinear boundary conditions. uniform bounds. *Communications in Partial Differential Equations*, vol. 25, no 1-2, p. 1-37.
2. Caraballo, T., Carvalho, A. N., & Julio, Y. (2024) " A delay nonlocal quasilinear Chafee-Infante problem: An approach via semigroup theory". *arXiv preprint arXiv:2403.05646*.

Capítulo 10
Operador de Koopman en espacios con exponente variable

Carlos F. Álvarez

Resumen

En este charla presentaremos una clase de operadores de composición definidos sobre espacios de Lebesgue con exponente variable sobre espacios métricos medibles. Aprovechando la compatibilidad entre la estructura métrica-medible y las propiedades de regularidad del exponente, daremos una condición suficiente y necesaria para obtener continuidad y compacidad de este tipo de operadores.

Referencias

1. Álvarez, C.F and J. Henríquez-Amador J., On Koopman operator with variable integrability. arXiv preprint arXiv:2410.22509, 2024.
2. D. Bajaj and G. Datt, Composition operators on variable exponent Lebesgue spaces, Analysis Mathematica, pp. 1–22, 2024
3. C. C. Cowen and B. D. MacCluer, Composition operators on spaces of analytic functions, Studies in Advanced Mathematics, CRC Press, Boca Raton, FL, 1995.
4. D. V. Cruz-Uribe and A. Fiorenza, Variable Lebesgue spaces, Applied and Numerical Harmonic Analysis, Birkhauser/Springer, Heidelberg, 2013
5. L. Diening, P. Harjulehto, P. Hasto, and M. Ruzicka, Lebesgue and Sobolev spaces with variable exponents, vol. 2017, Lecture Notes in Mathematics, Springer, Heidelberg, 2011.

Universidad del Sinú, seccional Cartagena e-mail: carlos.alvarez@unisinucartagena.edu.co

Capítulo 11
Random expansive measure

Rafael J Alvarez Bilbao, E. Santana, M. Oliveira

Resumen

The notion of expansivity and its generalizations (measure expansive, measure positively expansive, continuum-wise expansive, countably-expansive) are well known for deterministic systems and can be a useful property for studying significant type of behavior, such as chaotic one. This study aims to extend these notions into a random context and prove a relationship between relative positive entropy and random expansive measures and apply it to show that if a random dynamical system has positive relative topological entropy then the w-stable classes have zero measure for the conditional measures. We also prove that there exists a probability measure that is both invariant and expansive. Moreover, we obtain a relation between the notions of random expansive measures and random countably-expansive systems (see [1]).

Theorem A. Let $f = \{f_w\}_w$ be a RDS and $\mu \in \mathcal{M}(\mathcal{E}, f)$ be an ergodic measure. If $h_\mu(f) > 0$, then the following holds

(1)the measure μ is positively random expansive.
(2)For $\mathbb{P}$-a.e w the *w-stable classes* of F have measure zero with respect to μ_w the conditional measures of μ .

Theorem B. Let $f = \{f_w\}_w$ be a RDS. If there exists a random expansive measure $\mu \in \mathcal{P}_\mathbb{P}(\mathcal{E})$ for f, then there exists a measure $\mu' \in \mathcal{M}(\mathcal{E}, f)$ that is random expansive.

Theorem C. Let $f = \{f_w\}_w$ be a RDS generated by $f_w : X \to X$ for all $w \in \Omega$. The following statements are equivalent:

(i) f is random countably-expansive.

Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia, Universidade Federal de Alagoas, Universidade Estadual de Maranh e-mail: rafael.alvarez@uptc.edu.co, jemsmath@gmail.com, marlon.cs.oliveira@gmail.com

(ii)f is random measure-expansive.

Example. Let $(\Omega, \mathcal{B}, m, \theta)$ a measure preserving dynamical system with invertible and ergodic map $\theta : \Omega \to \Omega$ and $(\mathcal{E}_w, d_w)$, $w \in \Omega$ are compact metric spaces normalized in size by $diam_{d_w}(\mathcal{E}_w) \leq 1$. Let $f = \{f_w\}$ be a RDS generated by map $f_w : \mathcal{E}_w \to \mathcal{E}_{\theta(w)}$ that are continuous, open, surjective and there exists a function $\eta : \Omega \to \mathbb{R}_+$, $w \mapsto \eta_w$ and a real number $\xi > 0$ such that following conditions hold.

(H1) $f_w(B_w(y, \eta_w)) \supset B_{\theta(w)}(f_w(y), \xi)$ for every $(w, y) \in \mathcal{E}$
(H2) There exists a measurable function $\gamma : \Omega \to (1, +\infty)$, $w \mapsto \gamma_w$ such that, for m-a.e. $w \in \Omega$,

$$d_{\theta(w)}(f_w(y_1), f_w(y_2)) \geq \gamma_w d_w(y_1, y_2) \quad \text{whenever} \quad d_w(y_1, y_2) < \eta_w,$$

$y_1, y_2 \in \mathcal{E}_w$
(H3)The map $w \mapsto deg(f_w) := \sup_{y \in \mathcal{E}_{\theta(w)}} \sharp f_w^{-1}(\{y\})$ is measurable.
(H4)$\text{ínf}_{w \in \Omega} \gamma_w > 1$, $\sup_{w \in \Omega} deg(f_w) < \infty$ and $\sup_{w \in \Omega} \eta_\xi(w) < \infty$.

Adding other technical hypotheses, the authors in [**?**] have showed the existence of equilibrium states for a class of Hölder potentials. In the particular case of the null potential it is shown that $h_\mu(f) = \int_\Omega \log deg(f_w) dm(w) > 0$, where $\mu \in \mathcal{M}(\mathcal{E}, f) \subset \mathcal{P}_m(\mathcal{E})$. Therefore, by the theorem A, there is some measure that is positively expansive in the random sense.

Keywords

Random dynamical system, random expansive measure, random countably expansive, continuum - wise expansive

Referencias

1. Alvarez Bilbao, R., Oliveira, M., Santana, E. Random expansive measure. *Nonlinearity*, Accepted for publication, (2024).
2. Arnold, L., Random Dynamical Systems. *Springer*, New York, (1998).
3. Kifer, Y., Liu, P. D., Random Dynamical Systems, Handbook of Dynamical Systems, vol. 1B, eds, B. Hasselblatt and A. Katok, *Elsevier*, 379-499, 2006
4. Kato, H. Continuum-wise expansive homeomorphisms. *Canadian Journal of Mathematics* 45.3 (1993), 576-598.
5. Rokhlin V. A., On the fundamental ideas of measure theory, *Transl. Amer. Math. Soc* 1,10 (1962), 1-52.

Capítulo 12
Sistema de paseos aleatorios interactuantes: condiciones para la transición de fase

Jaime Antonio Utria Valdes

Resumen

En esta charla estudiaremos un sistema de paseos aleatorios interactuantes en un grafo $\mathcal{G}$ infinito, conectado y localmente finito, conocido como el modelo de las ranas [1], [2], [3], [4] (*frog model*, en inglés) frecuentemente usado como un modelo para describir la propagación de una epidemia o un rumor en una población. En este modelo existen dos tipos de partículas ubicadas en los vértices de $\mathcal{G}$: activas e inactivas. Inicialmente tenemos una única partícula activa localizada en un vértice especial de $\mathcal{G}$ y las demás están inactivas. Partículas activas realizan paseos aleatorios en $\mathcal{G}$ con probabilidad de desaparecimiento a cada instante de tiempo $1 - p$, donde p es un parámetro del modelo. Cuando una partícula activa visita un vértice con una partícula inactiva, la última se torna activa y comienza su propio paseo aleatorio de manera independiente.

En esta charla nos concentraremos en el caso $\mathcal{G} = \mathcal{T}_d$, el árbol homogéneo de grado $d + 1 \geq 3$, y probaremos que este modelo exhibe una transición de fase conforme varía p, es decir, existe una probabilidad crítica $p_c(\mathcal{T}_d) \in (0, 1)$ tal que si $p < p_c(\mathcal{T}_d)$ el proceso se *extingue* casi seguramente y si $p > p_c(\mathcal{T}_d)$ el proceso *sobrevive* con probabilidad positiva. La idea central para la demostración consiste en comparaciones adecuadas del sistema con procesos de ramificación lo que permite establecer cotas no triviales para $p_c(\mathcal{T}_d)$.

Palabras Claves

Paseo aleatorio, probabilidad crítica, procesos de ramificación, transición de fase.

Universidade Federal Fluminense (UFF) e-mail: jutria@id.uff.br

Referencias

1. Lebensztayn, E., Utria, J. (2020). *Phase transition for the frog model on biregular trees*. Markov Processes and Related Fields, v.26, Issue 3, 447-466.
2. Lebensztayn, E., Utria, J. (2019). *A new upper bound for the critical probability of the frog model on trees*. Journal of Statistical Physics. 176, 169-179.
3. Lebensztayn, E., Machado, F., Popov, S. (2005). *An improved upper bound for the critical probability of the frog model on trees*. Journal of Statistical Physics. 119, 331-345.
4. Alves, O., Machado, F., Popov, S. (2002). *Phase transition for the frog model*. Electron. J. Probab. 7, 1-21.

Capítulo 13
Sistemas dinámicos en redes de Reacciones químicas

Astrid Liliana Contreras Mendoza

Resumen

Las redes de reacción surgen de manera natural en la biología, en la fabricación de nuevos materiales, en la producción de energía, en la dinámica ambiental y en muchos otros contextos. En vista de la enorme variedad y la profunda importancia de las redes de reacción en la ciencia y la industria y en vista del interés histórico que los matemáticos han tenido en los sistemas no lineales (especialmente polinómicos) de ecuaciones diferenciales, estudiar las CNRT es una área de interés en matemáticas.

Las redes de reacciones representan interacciones entre especies y estas interacciones se pueden modelar por medio de un grafo, y la evolución de las concentraciones de las especies por medio de un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias, que en muchos casos de interés van a ser polinomiales [3]. Los equilibrios de un sistema así, son entonces las soluciones positivas de un sistema de ecuaciones polinomiales, que llamamos variedad de *steady states* positivos. Estos sistemas polinomiales pueden tener muchas variables y una gran cantidad de parámetros desconocidos, pero también tienen una estructura especial que permite entender bastantes propiedades del sistema en cuestión y responder algunas preguntas de interés.

En esta charla veremos una introducción a este campo de las Redes de Reacciones (CRNT en inglés), las estructuras básicas que se estudian y algunos métodos y problemas comunes. Trabajaremos con ejemplos para ilustrar los distintos comportamientos que podemos encontrarnos y tratar de responder algunas de las preguntas de interés para la bioquímica presentadas en [2].

Universidad Autónoma de Bucaramanga e-mail: acontreras793@unab.edu.co

Palabras Claves

Redes de reacciones, equilibrios de un sistema, sistemas dinámicos, acción de masas.

Referencias

1. Dickenstein, A. M. (2020) *Algebraic geometry tools in systems biology.*
2. Pascual, B -Escudero, A. Torres. (2022) *Herramientas algebráicas y combinatorias para el estudio de sistemas dinámicos polinomiales*.La Gaceta de la RSME, Vol. 25, Núm. 2, Págs. 299 - 325.
3. Feinberg, M (2019) *Foundations of chemical reaction network theory*, Springer.

Capítulo 14
Teorema de los ceros de Hilbert y otras propiedades sobre ideales en un anillo de polinomios

Edgar Alejandro Triana Quiñones

Resumen

Es bien sabido que, en un anillo de polinomios de una variable sobre un cuerpo K, cada ideal es generado por un elemento del anillo, a esta propiedad se le atribuye ser un Dominio de Ideales Principales (DIP). De aquí, se puede ver que en un cuerpo algebraicamente cerrado K, considerando un ideal $I \subset K[x]$, es necesario que el ideal difiera del anillo de polinomios para que su variedad asociada no sea vacía. Sorprendemente, esta última propiedad se extiende al anillo de polinomios en n-variables $K[x_1, x_2, \cdots, x_n]$, a pesar de que dicho anillo no cumple con la propiedad de ser un DIP, esta propiedad es conocida como el teorema débil de Nullstellensatz.

El teorema de Nullstellensatz o también llamado teorema de los ceros de Hilbert es un resultado fundamental en álgebra conmutativa y geometría algebraica que relaciona las soluciones de un sistema de ecuaciones polinómicas con ideales en un anillo de polinomios sobre un cuerpo algebraicamente cerrado, el cual se prueba usando bases de gröbner y el teorema débil de Nullstellensatz.

Estos fascinantes resultados junto con el teorema fuerte de Nullstellensatz y la correspondencia de ideales con variedades afínes enriquecen la relación de ideales con sus variedades asociadas y le asigna importancia a los ideales radicales. En esta charla se pretende dar a conocer estos resultados y la teoría necesaria para comprenderlos.

Palabras Claves

Teorema de los ceros de Hilbert, ideales, bases de Gröbner, variedades afines, sistemas de ecuaciones polinómicos.

UNIVERSIDAD DEL ATLÁNTICO e-mail: eatriana@mail.uniatlantico.edu.co

Referencias

1. D. A. Cox, J. B. Little and D. O'Shea.(2015). Ideals, Varieties and Algorithms: An Introduction to Computational Algebraic Geometry and Commutative Algebra, Fourth Edition, Undergraduates Texts In Mathematics, Springer, New York.
2. T. Becker, V. Weispfenning (1993). Gröbner Bases, Springer, New York-BerlinHeidelberg.
3. Malik, D. S., Mordeson, J. N., & Sen, M. K. (1997). Fundamentals of abstract algebra. McGraw-Hill.

Capítulo 15
Transversalidad y Aplicaciones a Resultados de Unicidad en Problemas Geométricos Riemannianos

Elkin Cárdenas Díaz

Resumen

La transversalidad es una noción fundamental en geometría diferencial, que aparece frecuentemente en problemas de intersección de subvariedades y en el análisis de soluciones únicas. La presente charla se divide en dos parte: en la primera se expondrán los aspectos básicos de la transversalidad en el caso finito dimensional y su generalización a variedades de dimensión infinita. En la segunda parte, se presentará una aplicación de esta noción en la prueba de unicidad para una familia de métricas Riemannianas.

Palabras Claves

Transversalidad, subvariedades, métricas riemannianas, variedades riemannianas, métrica conforme, clase conforme.

Referencias

1. Abraham, R., Marsden, J.E., and Ratiu, T. (1988) *Manifolds, Tensor Analysis, and Applications*. Second Edition. Springer - Verlag, New York, EEUU.
2. Cárdenas, E., and Sierra, W. (2019) "Uniqueness of solutions of the Yamabe problem on manifolds with boundary". *Nonlinear Analysis*, 187, 125–133.

Universidad del Cauca e-mail: ecardenas@unicauca.edu.co

Capítulo 16
Un Análisis de la Fibración de Hopf

Hollman Lugo Mazo, John Guerrero Guio, Robinson Galvis Quiroga

Resumen

El estudio de los espacios topológicos ha avanzado mediante diversos métodos, cada uno más sofisticado que el anterior, pero todos con el objetivo común de descubrir relaciones entre ellos y establecer comparaciones significativas. Este progreso ha sido fundamental para el análisis de estructuras complejas y ha enriquecido nuestra comprensión de la geometría y la topología.

Una herramienta importante en este campo es el concepto de fibración, la cual permite relacionar los grupos de homotopía de los espacios involucrados. La fibración de Hopf, descrita por Heinz Hopf en 1931, es un ejemplo destacado[1], la cual proporciona una proyección de la triesfera S^3 sobre la esfera S^2. Específicamente, la fibración de Hopf mapea S^3 en S^2 de tal manera que cada punto en S^2 corresponde a una fibra, que es una esfera S^1 en S^3. Este proceso ofrece una visión profunda de como las estructuras de dimensiones superiores se relacionan con las de dimensiones inferiores.

En este poster explicamos detalladamente la fibración de Hopf, la cual facilita la comprensión de S^3 y revela como las propiedades topológicas de las fibras S^1 y el espacio base S^2 interactúan. Este análisis se enriquecerá a partir de la animaci'on elaborada por Niels Johnson[4], la cual ilustra visualmente la fibración y ayuda a clarificar conceptos complejos mediante representaciones gráficas detalladas.

Palabras Claves

Fibración de Hopf,Fibra, Homotopía

Universidad Distrital Francisco José de Caldas e-mail: joaguerrerog@udistrital.edu.co

Referencias

1. Hopf, H (1931) *Über die Abbildungen der dreidimensionalen Sphäre auf die Kugelfläche*. Mathematische Annalen.
2. Munkres, J. R. (2018) *Topology, Second Edition*. Massachusetts Institute of Technology.
3. Aguilar, M., Gitler, S., & Prieto, C. (2002) *Algebraic Topology from a Homotopical Viewpoint*.
4. Johnson, N. (2011) *A Visualization of the Hopf Fibration*. Retrieved from `https://nilesjohnson.net/hopf.html`

Capítulo 17
Un Estudio Algebraico de Centralizadores

Wilson Arley Martinez Flor, Samin Ingrith Ceron Bravo

Resumen

Una aplicación $T : A \to A$ es un centralizador bilateral si es aditiva (respeta la adición) y satisface: $T(xy) = T(x)y = xT(y)$ para todos $x, y \in A$. Un centralizador bilateral respeta tanto la adición como la multiplicación en el álgebra A.

Es habitual preguntarse cómo se pueden usar los centralizadores para construir estructuras de álgebras no asociativas, como, por ejemplo, un álgebra dendriforme. En particular, se plantea el siguiente problema: Cuáles son las propiedades algebraicas fundamentales de los operadores centralizadores y cómo construirlos en diferentes tipos de álgebras?

En esta presentación encontramos propiedades algebraicas del operador centralizador en distintos tipos de álgebras, identificando patrones y relaciones. Presentamos los conceptos de Álgebra Focal, Operador de Nijenhui y Operador de Reynolds y construimos ejemplos de estas aplicaciones lineales sobre álgebras asociativas a partir de un elemento de identidad por la izquierda o derecha.

Exploramos la relación entre el operador centralizador y la construcción de algunas estructuras algebraicas, en el contexto de la teoría de álgebras no asociativas, es decir, estos operadores sobre alguna álgebra asociativa inducen una estructura de álgebra no asociativa, como, por ejemplo, un Álgebra de Lie.

Palabras Claves

Operador Centralizador, Álgebras no Asociativas, Operador de Reynolds y Nijenhui.

Universidad del Cauca e-mail: wamartinez@unicauca.edu.co, siceron@unicauca.edu.co

Referencias

1. K. Emine and G. Öznur (2017) " Results on α-*Centralizer of Prime and Semiprime Rings with Involution". *Commun. Fac. Sci. Univ. Ank. Sér. Al Math. Stat.* V. 66, no 1, 172–178.
2. W. A. Martinez, E. G. Reyes and M. Ronco (2021) "Generalizing dendriform algebras: Dyck^m-algebras, Rota^m-algebras, and Rota-Baxter operators". *International Journal of Geometric Methods in Modern Physics* V. 18, no 11.
3. G. Dolinar, A. Guterman, B. Kuzma and P. Oblak (2013) "Extremal Matrix Centralizers". *Linear Algebra and its Applications* 438(7), 2904–2910.

Capítulo 18
Decision-Dependent Wasserstein Distributionally Robust Optimization

Mauricio Junca, Diego Fonseca

Resumen

This work presents a new Distributionally Robust Optimization formulation to analyze stochastic programs using p-Wasserstein metrics. The ambiguity set in this approach depends on the decision variable and is represented as a ball where both the center and the radius depend on the decision variable. We compare our approach with the standard distributionally robust optimization formulation, which does not use ambiguity sets dependent on the decision variable, both theoretically and computationally. Numerical results are presented for stochastic programs with expected value constraints.

Referencias

1. Adams, R. (1978) *Sobolev spaces*. Academic Press Inc., New York, EEUU.
2. Badkov, V. M. (1969) "The uniform convergence of Fourier series in orthogonal polynomials". *Math. Notes* V. 5, 174–179.

UNIVERSIDAD DE LOS ANDES e-mail: mj.junca20@uniandes.edu.co

Capítulo 19
Varroosis y su Efecto en la Producción de Miel: Un Modelo Matemático Predictivo

Carlos Andrés Trujillo Salazar, Oscar Emilio Molina-Diaz

Resumen

Las abejas melíferas (*Apis mellifera*) juegan un rol crucial en la polinización de cultivos y en la producción de miel, siendo elementos fundamentales para la biodiversidad global y la seguridad alimentaria. Sin embargo, en los últimos años, las poblaciones de abejas han experimentado un declive alarmante a nivel mundial. Entre las principales causas de esta disminución se encuentra la varroosis.

La varroosis es una enfermedad parasitaria causada por el ácaro *Varroa destructor*, que se adhiere a las abejas melíferas, alimentándose de su hemolinfa. Esto debilita a las abejas y facilita la transmisión de virus letales, afectando gravemente la longevidad de las colonias y su capacidad para producir miel. Investigaciones recientes, como la de [1], sugieren que la varroosis ha sido responsable de la pérdida de miles de colonias en todo el mundo, lo que ha impactado negativamente tanto a la industria apícola como a la agricultura en general.

Dado este escenario, es crucial estudiar la interacción entre las abejas melíferas y el ácaro *Varroa destructor*, así como sus efectos en la producción de miel. Los modelos matemáticos proporcionan una herramienta poderosa para analizar y predecir esta dinámica. Como menciona [2], estos modelos son fundamentales en la ecología de poblaciones, ya que permiten desarrollar bases teóricas sobre los factores que afectan el tamano de las poblaciones y funcionan como valiosas alternativas a los experimentos científicos.

En este trabajo, se propone y se estudia cualitativamente un modelo matemático basado en un sistema de ecuaciones diferenciales suave a tramos (Piecewise-smooth Dynamical Systems) que describe la influencia del ácaro *Varroa destructor* en la

Corporación Universitaria Empresarial Alexander von Humboldt e-mail: ctrujillo@cue.edu.co,omolina5@cue.edu.co

población de abejas melíferas y su impacto en la producción de miel. Los resultados son ilustrados a través de simulaciones numéricas, utilizando parámetros obtenidos de fuentes secundarias. Posteriormente, dichos resultados son interpretados desde una perspectiva ecológica.

Palabras Claves

Abeja melífera, Varroosis, Sistemas dinámicos suaves por tramos, Pseudoequilibrios.

Referencias

1. Jack, C., et al. (2023). Seasonal differences in *Varroa destructor* population growth in western honey bee (*Apis mellifera*) colonies, *Frontiers in Ecology and Evolution*, 11, 1-10 pp.
2. Hastings, A. (2013). *Population biology: concepts and models*. Springer Science & Business Media.

Capítulo 20
Aplicación de Cartas de Control e Índices de Capacidad para el Monitoreo y Análisis de los Tiempos de Consulta en una IPS de Córdoba desde Junio de 2021 a Julio de 2023

David Alberto Vergara Santis

Resumen

Los tiempos de consulta médica son un aspecto crucial dentro del sistema de atención médica, corresponden al período de tiempo donde el médico tiene la oportunidad de conocer a fondo al paciente, realizar una evaluación completa de su salud en el que el paciente es evaluado y recibe un diagnóstico o tratamiento por parte del médico estos tiempos varían dependiendo de varios factores como la especialidad del médico, el tipo de consulta, la complejidad del caso, entre otros Berwick, D. M. (2008)[1].

Es importante tener en cuenta que los tiempos de consulta médica pueden ser más largos en casos de emergencia, ya que el personal médico debe brindar atención prioritaria a los pacientes en situaciones crí ticas. En este sentido, es fundamental que los pacientes comprendan los tiempos de consulta médica para poder programar adecuadamente su tiempo y llevar una excelente atención médica, además, estos son importantes no solo para el bienestar del paciente, sino para garantizar una atención de calidad y una relación médico-paciente satisfactoria IZQUIERDO (2023)[4].

Esta investigación tiene como propósito utilizar algunas de las herramientas del control estadístico de procesos, tales como las cartas de control y los índices de capacidad, para el monitoreo y análisis de la característica de calidad tiempo de atención de pacientes, en una IPS ubicada en Córdoba -Colombia. Los resultados de esta investigación proporcionarán a la IPS criterios estadísticos para valorar el comportamiento de la característica de interés, desde la óptica del control estadístico de procesos, lo anterior le permitirá optimizar el uso del recurso humano y tener criterios claros acerca del cumplimiento de los estándares nacionales en relación con los tiempos de consulta, establecidos por el Ministerio de salud en la Resolución 5261 de 1994.

UNIVERSIDAD DE CÓRDOBA e-mail: dvergarasantis21@correo.unicordoba.edu.co

Palabras Claves

Tiempos de consulta médica;Sistema de atención médica;Evaluación del paciente;Diagnóstico;Tratamiento;Control estadístico de procesos;
Cartas de control;Índices de capacidad;IPS (Institución Prestadora de Salud);Ministerio de Salud;Estándares nacionales;Calidad del servicio médico;Relación médico-paciente.

Referencias

1. Berwick, D. M. (2008) *The Science of Improvement*.JAMA, 299(10), 1182. doi:10.1001/jama.299.10.1182.
2. IZQUIERDO-CONDOY, JUAN S., & RUIZ-SOSA, CARLOS. (2023)Duración de la consulta médica y tiempo de espera, ¿existe un punto de equilibrio para el médico y el paciente?. Revista Salud Uninorte, 39(2), 810-817. Epub April 10, 2024.https://doi.org/10.14482/sun.39.02.843.816.

Jueves 14 de Noviembre

Capítulo 21
Crecimiento tumoral en un modelo Kirschner-Panetta con efecto de interleucina-2

Sebastian Olano, Fredy L. Dubeibe

Resumen

Este estudio se enfoca en analizar cómo crece un tumor utilizando el modelo de tumor-sistema inmune propuesto por Kirschner y Panetta. Se investiga la interacción entre células tumorales, células efectoras y moléculas efectoras, manteniendo ciertos parámetros constantes pero variando la antigenicidad del tumor. Se analiza la dinámica general del sistema a través de puntos fijos, su estabilidad y características mediante diagramas de cuenca basados en el parámetro de antigenicidad del tumor. Estos diagramas simplifican la presentación de la información dinámica del sistema, facilitando la interpretación de los resultados. Se concluye que, mientras los resultados sin tratamientos adicionales coinciden con literatura existente, la introducción de citocinas como la interleucina-2 puede tener un impacto significativo en la dinámica del sistema, evidenciando la influencia de la inmunoterapia.

Palabras Claves

Crecimiento tumoral, Antigenicidad, Sistemas dinamicos, Inmunoterapia.

Referencias

1. Kirschner, D. and Panetta, J. C. (1998). Modeling immunotherapy of the tumor–immune interaction. *Journal of Mathematical Biology*, 37, 235–252.

UNIVERSIDAD DE LOS LLANOS e-mail: solano@unillanos.edu.co-fdubeibe@unillanos.edu.co

2. Kuznetsov, V. A., Makalkin, I. A., Taylor, M. A., & Perelson, A. S. (1994). Nonlinear dynamics of immunogenic tumors: parameter estimation and global bifurcation analysis. *Bulletin of Mathematical Biology*, 56(2), 295–321.

Capítulo 22
Aplicación de R en el análisis estadístico de la incidencia del dengue en Panamá, año 2024

Kimberly Sanchez, Meriam Cerrud, Jareidis Cortez, José Delgado

Resumen

El dengue es una enfermedad viral transmitida por mosquitos que representa un desafío significativo para la salud pública en muchas regiones tropicales y subtropicales del mundo. En la República de Panamá, la incidencia de esta enfermedad ha sido motivo de creciente preocupación debido a su impacto tanto en la salud de la población como en el sistema sanitario. Los brotes recurrentes de dengue, sumados a las condiciones climáticas favorables para la proliferación del mosquito transmisor, han generado la necesidad de implementar estrategias de control y prevención basadas en datos concretos (OMS, 2020).

En este proyecto se emplearán técnicas como el análisis de varianza (ANOVA), gráficos de control y regresión lineal para evaluar la incidencia del dengue según regiones y sexo, así como para mapear la distribución geográfica de los casos. Estas herramientas estadísticas permiten analizar y visualizar los datos de manera clara, facilitando la toma de decisiones informadas para la prevención y control del dengue en Panamá.

La regresión lineal se empleará para analizar la relación entre variables como la región y la incidencia del dengue. Esta técnica permitirá identificar tendencias y hacer predicciones, lo que contribuye al desarrollo de estrategias preventivas más efectivas y basadas en datos concretos.

La combinación de estas técnicas no solo es valiosa en el análisis epidemiológico, sino también en el ámbito educativo, ya que fomenta el desarrollo de habilidades estadísticas y el pensamiento crítico al conectar los conceptos matemáticos con aplicaciones prácticas en el mundo real.

El principal objetivo es facilitar el aprendizaje práctico del programa R para que los participantes adquieran competencias en el análisis de datos. Se espera presentar un análisis detallado que muestre la incidencia del dengue según sexo, grupo de

Universidad de Panamá e-mail: Kimberlynsanchez@up.ac.pa-meriam.cerrud@up.ac.pa-Jareidis-s.cortezo@up.ac.pa-jos.delgado-b@up.ac.pa

edad y región, utilizando gráficos y tablas. Se incluirá el análisis de la distribución de fallecidos por dengue en el país, lo que permitirá identificar no solo las áreas de mayor incidencia de casos, sino también aquellas donde las tasas de mortalidad son más altas.

Se presentarán comparaciones entre la distribución de casos confirmados y fallecidos, aportando información clave para mejorar las estrategias de intervención. Además, se incluirán visualizaciones a través de gráficas de control para observar la evolución del dengue y identificar patrones o tendencias.

Finalmente, el resultado del análisis de varianza (ANOVA) revelará las diferencias significativas entre la incidencia de dengue y diferentes factores como edad y sexo.

Palabras Claves

Dengue, análisis estadístico, gráficos de control, regresión lineal, RStudio, salud pública, brotes, toma de decisiones, educación matemática, análisis de varianza.

Referencias

1. OMS. (2020). Dengue y dengue grave. https://www.who.int/es/news-room/fact-sheets/detail/dengue-and-severe-dengue.
2. Cerezo, L. (2022). Informe epidemiológico sobre dengue en Panamá. MINSA. https://www.minsa.gob.pa/sites/default/files/publicacion general/informededenguesemana370.pdf.
3. Academia Balderix. (2024). Gráfico de control (o diagrama de control). Probabilidad y Estadística. https://www.probabilidadyestadistica.net.
4. Arias, E. R. (2021). Análisis de la varianza. Economipedia. https://economipedia.com/definiciones/analisis-de-la-varianza.html.
5. Universidad de los Andes. (2023). Introducción a la regresión lineal: definición y aplicaciones. Programas Universidad de los Andes. https://programas.uniandes.edu.co/blog/regresion-lineal.

Capítulo 23
Estados Confinados Para La Ecuación De Schrödinger Y Modos Atrapados Para La Ecuación De Onda

María Isabel Romero Rodríguez

Resumen

Presentamos una técnica de obtención de modos atrapados para la ecuación de onda usando su similitud con los estados confinados de energía para el operador de Schrödinger unidimensional con una perturbación tipo pozo de potencial pequeño. Cuando el término que representa la energía es negativa, esta perturbación conduce a la aparición de un eigenvalor a la izquierda del espectro continuo.

En un medio homogéneo, la Ecuación de Schrödinger admite soluciones del tipo ondas planas. En este caso, la ecuación posee un espectro puramente continuo que coincide con el rayo positivo. En un medio no homogéneo, por ejemplo, cuando se tiene un pequeño pozo de potencial descrito por $\varepsilon V(x)$ con $\varepsilon \to +0$ en la que $V(x)$ es una función suave de soporte compacto, tal que $\int V(x)\,dx < 0$, y además cuando la energía E es negativa, aparecen los modos atrapados ,i.e. funciones de la forma $\psi \simeq \exp(\pm\beta x) \quad \beta \to \infty$

Es bastante conocido que, bajo estas condiciones, existe un eigenvalor que aparece a la izquierda del espectro continuo. Cuando la perturbación es una barrera, aparece una frecuencia resonante.

Al modelar las ondas de agua en canales con profundidades variables, descubrimos cómo los modos atrapados y las resonancias surgen en la dinámica de fluidos, para distintas geometrías. Esto, puede ser revisado en los trabajos [1], [2], [3].

Resulta entonces interesante cómo estos desarrollos permiten la descripción del comportamiento espectral cuando la guía de onda es finita lo que puede llegar a facilitar la representación gráfica del comportamiento de ondas de agua en este tipo de geometrías [4], [5],[6].

Este trabajo se desarrolla con financiamiento de la Vicerrectoría de Investigaciones de la Universidad Militar Nueva Granada. INV-CIAS 3917.

UNIVERSIDAD MILITAR NUEVA GRANADA e-mail: maria.romeror@unimilitar.edu.co

Palabras Claves

Ecuación de Schrödinger, modos atrapados.

Referencias

1. Romero Rodríguez, M. I. and Zhevandrov, P. (2009) "Frequencies of trapped modes and resonances for water waves in infinite channels". *AIP Conference Proceedings*, V. 1168, 403–405.
2. Simon, B. (1976) "The bound state of weakly coupled Schrödinger operators in one and two dimensions". *Annals of Physics*, V. 97, 279-288.
3. Zhevandrov, P., Merzon, A., and Romero Rodríguez, M. I. (2021) "The Dirichlet-Neumann Operator for Oblique Water Waves over a Submerged Thin Cylinder and an Application". *Russian J. Math. Phys.*, V. 28, No. 1, 121–129.
4. Hughes, J. F., van Dam, A., McGuire, M., Sklar, D. F., Foley, J. D., Feiner, S., and Akeley, K. (2013) *Computer Graphics: Principles and Practice*. 3rd ed. Addison-Wesley, Upper Saddle River, NJ.
5. Stam, J. (2015) *The Art of Fluid Animation*. 1st ed. A K Peters/CRC Press.
6. Cao, R. and Cao, R. (2021) "Computer Simulation of Water Flow Animation Based on Two-Dimensional Navier-Stokes Equations". *Advances in Mathematical Physics*, V. 2021, 1-9.

Capítulo 24
Estructuras convexas flexibles

José Sanabria, Adolfo Pimienta, Semiramis Zambrano

Resumen

En este trabajo, damos la idea de estructuras convexas flexibles y se investigan algunas de sus propiedades. También, definimos los conjuntos convexos flexibles, los conjuntos cóncavos flexibles y el operador envoltura convexa flexible, y se estudian sus propiedades. Además, se estudian los conceptos de operador derivado convexo flexible y base convexa flexible, y se explora su relación con las estructuras convexas. Los resultados que presentaremos forman parte de la referencia [1].

Palabras Claves

Conjunto flexible, espacios convexos flexibles, operador envoltura flexible, operador convexamente derivado flexible, base convexa flexible.

Referencias

1. Sanabria, J.; Pimienta, A.; Zambrano, S. (2024) "Soft convex structures". *arXiv*, 2405.19367. https://doi.org/10.48550/arXiv.2405.19367

Universidad de Sucre - Universidad Simón Bolívar - Universidad del Atlántico
e-mail: jose.sanabria@unisucre.edu.co, adolfo.pimienta@unisimon.edu.co, semy.zambrano@gmail.com

Capítulo 25
Fenómenos de explosión en variedades Riemannianas

Daimon Santiago Mayorga Carreño

Resumen

Dada una variedad Riemanniana (M, g) con dimensión $n \geq 3$ se definen las ecuaciones tipo-Yamabe como sigue

$$\triangle_g u + fu = wu^{p_n - 1} \tag{25.1}$$

donde f y w son funciones diferenciables sobre M, $\triangle_g = -div_g \nabla$ es el operador de Laplace-Beltrami y $p_n = \frac{2n}{n-2}$ es el exponente crítico de Sobolev para el encaje del espacio $H_1^2(M)$ al espacio de Lebesgue $L^p(M)$.

En esta charla mostraremos la ecuación de Yamabe y discutiremos los métodos variacionales que se utilizaron para obtener soluciones positivas a esta ecuación. Específicamente, encontrando puntos críticos del funcional de Hilbert-Einstein. Además hablaremos de como se obtuvo mínimos de este funcional analizando las soluciones de la ecuación en el caso de la esfera redonda y sus respectivos fenómenos de explosión. Más aún se generalizarán estos conceptos para las ecuaciones tipo Yamabe.

Palabras Claves

Variedades Riemannianas, Ecuaciones tipo Yamabe, Compacidad.

Universidad Industrial de Santander e-mail: daimon2238032@correo.uis.edu.co

Referencias

1. Druet, O., Hebey, E., & Robert, F. (2009). Blow-up Theory for Elliptic PDEs in Riemannian Geometry (MN-45) (Vol. 45). Princeton University Press.
2. Jhon M. Lee & Thomas H. Parker (1987). *The Yamabe problem*, Bulletin (New Series) of the American Matematical Society,17(1).pp

Capítulo 26
Formas Diagonales

Carlos Alirio Rico Acevedo

Resumen

Para cualquier entero positivo k es definido $\Gamma^*(k,p)$ como el menor entero s tal que cualquier forma aditiva $a_1x_1^k + a_2x_2^k + \cdots + a_sx_s^k$ en s variables con coeficientes en los enteros posee un cero no trivial en el cuerpo p-ádico $\mathbb{Q}_p$. Por otra parte, se define $\Gamma^*(k)$ como el menor entero s para el cual, cualquier forma aditiva de grado k con coeficientes en los enteros en s variables posee un cero no trivial en cualquier cuerpo p-ádico, esto es, $\Gamma^*(k) = \max_p\{\Gamma^*(k,p)\}$ donde el máximo recorre el conjunto de los números primos.

Hasta el momento se conocen pocos valores exactos para $\Gamma^*(k)$, a saber, hay tres formulas que dan valores exactos de $\Gamma^*(k)$ con algunas condiciones especificas para k [2, 3, 4]. Más aún, Knapp en 2011 [5] muestra los valores exactos de $\Gamma^*(k)$ para $2 \leq k \leq 32$, y en 2022, en [1] los autores completan los valores para $k \leq 64$. Finalmente, Rico [6] muestra el caso $k = 81$, y da una cota para los casos $\Gamma^*(243,p)$ y $\Gamma^*(243,p)$ siempre que $p \notin \{3889, 4861, 2917\}$.

Ahora, si $k = p^\tau k_0$, con $(p,k_0) = 1$ se define

$$\gamma^* = \lfloor (\tau+1)\log_2(k) \rfloor + 1,$$

y se demuestran los siguientes resultados:

Theorem 26.1 *Sea $k = p^\tau(p-1)/2$, si $\gamma^* - 4 \geq p$ entonces*

$$\Gamma^*(k,p) \leq k(\gamma^* - 3) + 1.$$

Universidad Distrital Francisco Joé de Caldas e-mail: caricoa@udistrital.edu.co

Theorem 26.2 *Para todo entero $\tau \geq 1$ existe un primo q impar, tal que para todo primo $p \geq q$, si $k = p^{\tau}k_0$, con $(p, k_0) = 1$ y -1 es una potencia k-ésima modulo $p^{\tau+1}$ vale*

$$\Gamma^*(k, p) \leq k(\gamma^* - \tau + 1) + 1.$$

Palabras Claves

Formas aditivas, solubilidad p-ádica.

Referencias

1. Christopher Broll, Michael P. Knapp, Jessica A. Kuiper, Paulo H.A. Rodrigues, and Daiane Veras, *More exact values of the function* $\Gamma(\mathrm{k})$, Journal of Number Theory, vol. 233, pp. 481–497, 2022.
2. H. Davenport and D. J. Lewis, *Homogeneous additive equations*, Proc. Roy. Soc. London Ser. A, vol. 274, pp. 443–460, 1963. MR 153655.
3. M. Dodson, *Homogeneous additive congruences*, Philos. Trans. Roy. Soc. London Ser. A, vol. 261, pp. 163–210, 1967. MR 213296.
4. Hemar Godinho and Michael P. Knapp, *Infinitely many counterexamples to a conjecture of Norton*, Michigan Math. J., vol. 69, no. 3, pp. 533–543, 2020. MR 4132602.
5. Michael P. Knapp, *Exact values of the function* $\Gamma^*(\mathrm{k})$, J. Number Theory, vol. 131, no. 10, pp. 1901–1911, 2011. MR 2811557.
6. Carlos A. Rico A., *Formas aditivas de grado* 3^{τ}. Tesis Doctoral, Universidade de Brasília, 2022.

Capítulo 27
Simulación de la dinámica del transporte público intermunicipal del departamento del Quindío y los efectos en la toma de decisiones de los organismos de tránsito

Jorge Mario García Usuga, Mónica Jhoana Mesa Mazo, César Augusto Acosta Minoli

El transporte público intermunicipal es un componente esencial para la conectividad y el desarrollo regional en el departamento del Quindío, Colombia. Sin embargo, la planificación y gestión de este sistema enfrenta desafíos significativos, especialmente en la toma de decisiones informadas que optimicen el flujo vehicular y minimicen los tiempos de viaje. Este trabajo tiene como objetivo general simular la dinámica del transporte público intermunicipal en el Quindío y analizar cómo las decisiones de los organismos de tránsito impactan la eficiencia del sistema.

Para ello, se plantean cuatro objetivos específicos. Primero, se construirá una red compleja que represente la malla vial del transporte intermunicipal del departamento, modelando las rutas, nodos y conexiones entre las distintas localidades. Esta red servirá como base para entender las interrelaciones y posibles cuellos de botella en la infraestructura vial.

El segundo objetivo se centra en modelar la dinámica del transporte público intermunicipal, considerando variables como la frecuencia de los viajes, la capacidad de los vehículos y los patrones de demanda de los pasajeros. Esto permitirá simular escenarios reales y predecir el comportamiento del sistema ante diferentes condiciones operativas.

El tercer objetivo implica el desarrollo de un software que integre la red compleja construida y la dinámica modelada. Este software será capaz de ejecutar simulaciones computacionales, facilitando el análisis de cómo cambios en la infraestructura, regulaciones de tránsito o condiciones externas (como obras o eventos) afectan el rendimiento del sistema de transporte.

Finalmente, se realizará una simulación computacional para evaluar los efectos de diferentes decisiones de los organismos de tránsito, como la modificación de rutas, la implementación de políticas de control vehicular o la asignación de horarios y frecuencias de viaje. Los resultados de estas simulaciones se contrastarán con datos de tiempos de viaje obtenidos de aplicaciones de navegación en tiempo real

Universidad del Quindío, Corporación Universitaria Empresarial Alexander von Humboldt e-mail: jmgarcia@uniquindio.edu.co,mmesa4@cue.edu.co,cminoli@uniquindio.edu.co

y sistemas GPS. Esto permitirá validar el modelo y proporcionar recomendaciones prácticas basadas en evidencia para la mejora del transporte público en el Quindío.

Palabras Claves

Transporte público intermunicipal, Redes complejas, Simulación computacional, Gestión del tráfico, Toma de decisiones, Modelado de transporte.

Referencias

1. Gentile, G. & Nökel, K. (2016) *Modelling Public Transport Passenger Flows in the Era of Intelligent Transport Systems: COST Action TU1004 (TransITS)*. Springer International Publishing, Switzerland.
2. Basso, F., Frez, J., Martínez, L., Pezoa, R., Varas, M. (2020) "Accessibility to opportunities based on public transport gps-monitored data: The case of Santiago, Chile". *Travel Behaviour and Society* V. 21, 140–153.
3. Tong, L., Pan, Y., Shang, P., Guo, J., Xian, K., Zhou, X. (2019) "Open-Source Public Transportation Mobility Simulation Engine DTALite-S: A Discretized Space–Time Network-Based Modeling Framework for Bridging Multi-agent Simulation and Optimization". *Urban Rail Transit* V. 5, 1–16.
4. Li, C., Li, M. (2012) "Modeling and simulation of public transportation passenger flow based on complex networks". *Procedia - Social and Behavioral Sciences* V. 43, 329–335.
5. Newman, M. (2010) *Networks: An Introduction*. Oxford University Press, Oxford, UK.
6. Jenkins, A., Green, M. (2015) "Using GPS data to assess public transport performance in urban areas". *Journal of Transport Geography* V. 48, 39–48.

Capítulo 28
Algunos Subsemigrupos Regulares de $L_{\mathbb{F}}(V)$ y $M_n(\mathbb{F})$

Juan Camilo Camacho Parra

Resumen

La teoría de semigrupos regulares es introducida por JA Green en 1951 en su artículo *On the Structure of Semigroups* la cual consiste en la búsqueda de aquellos elementos que se comportan de forma similar a los elementos invertibles en un grupo, estos elementos se les conoce como elementos regulares, es decir, un elemento $x \in S$ es un **elemento regular** si existe $y \in S$ tal que $xyx = x$, decimos que S es un semigrupo regular si todo elemento en S es regular. Sea S un semigrupo regular y sea U un subsemigrupo de S. Una pregunta natural que surge es: ¿Es U un semigrupo regular? La respuesta en general es NO, así que la siguiente pregunta es: ¿Bajo qué condiciones U es un semigrupo regular?

En 2007 S. Nenthein y Y. Kemprasit en [**?**] consideran el semigrupo de las transformaciones lineales $T : V \to V$ con la composición de funciones y teniendo en cuenta que el subsemigrupo de un semigrupo regular no es necesariamente regular, consideran los subsemigrupos

$$I_{\mathbb{F}}(V, W) = \{T \in L_{\mathbb{F}}(V) \mid \operatorname{im} T \subseteq W\}$$

y

$$K_{\mathbb{F}}(V, W) = \{T \in L_{\mathbb{F}}(V) \mid W \subseteq \ker T\}.$$

Donde W es un subespacio vectorial de V. Se caracterizan sus elementos regulares y mas tarde en [**?**] se estudiaran algunos ideales del subsemigrupo Reg $(I_{\mathbb{F}}(V, W))$. Por otro lado, en [**?**] también se exponen las caracterizaciones de los elementos regulares de los subsemigrupos

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER, e-mail: juan2171210@correo.uis.edu.co

$$C_n(\mathbb{F}, k) = \left\{A \in M_n(\mathbb{F}) \mid a_{ij} = 0 \ \forall i, j \in \{1, \ldots, n\} \text{ y } j > k\right\}$$

y

$$R_n(\mathbb{F}, k) = \left\{A \in M_n(\mathbb{F}) \mid a_{ij} = 0 \ \forall i, j \in \{1, \ldots, n\} \text{ y } i > k\right\}$$

del semigrupo $M_n(\mathbb{F})$ junto con la multiplicación usual de matrices.

En esta charla comentaremos los resultados obtenidos en [**?**] para la caracterización de los elementos regulares en $I_{\mathbb{F}}(V, W) = \{T \in L_{\mathbb{F}}(V) \mid \operatorname{im} T \subseteq W\}$ y $K_{\mathbb{F}}(V, W) = \{T \in L_{\mathbb{F}}(V) \mid W \subseteq \ker T\}$ y así extenderlo a los subsemigrupos $C_n(\mathbb{F}, k)$ y $R_n(\mathbb{F}, k)$ de $M_n(\mathbb{F})$, posteriormente expondremos los resultados en [**?**] acerca de los ideales de Reg $(I_{\mathbb{F}}(V, W))$.

Palabras Claves

Espacio para Palabras Claves

Capítulo 29
Análisis estadístico de datos topológicos mediante paisajes de persistencia

Rafael Melendez Surmay, Alex Pico Amaya

Resumen

La aplicación reciente de la topología algebraica y computacional en ciencia de datos ha dado lugar al desarrollo de un nuevo campo conocido como Análisis Topológico de Datos (ATD). El ATD es una técnica de reducción de dimensionalidad que mapea los datos desde su espacio original de alta dimensión a un espacio de baja dimensión que es más fácil de entender y visualizar. El objetivo de este trabajo es adaptar una prueba de hipótesis para comparar dos formas geométricas, basados en los vectores de muertes de los huecos generados en las filtraciones en cada estructura, comparando los paisajes persistentes medios propuestos por Bubenik, como una extensión de la prueba t clásica de permutaciones. Por último, se verica la flexibilidad del método aplicándolo en varios escenarios con diferentes tamaños de muestra y de estructura. Los resultados nos permiten confirmar las propiedades estadísticas de los paisajes de persistencia, como la convergencia y el cumplimiento del Teorema Central del Límite.

Palabras Claves

Análisis de datos topológicos, topología estadística, homología persistente, resumen topológico, paisaje de persistencia.

Universidad de La Guajira - Corporación Universitaria Latinoamericana CUL e-mail: rmelendez@uniguajira.edu.co-apicoa@cul.edu.co

Referencias

1. Bubenik, P. (2015) *Statistical topological data analysis using persistence landscapes*. Journal of Machine Learning Research, 16, 77–102.
2. Chazal, F. (2014) Stochastic convergence of persistence landscapes and silhouettes. *Computational Geometry* 474–483.

Capítulo 30
Función del espacio comformacional y topología de la función de energía potencial de la molécula de butano

Dairo José Hernández Páez, Carlos Alberto Cadavid Moreno, Alejandro Gómez Ramírez

Resumen

Se utilizó el software Gaussian 16 y la interfaz gráfica GaussView para realizar un cálculo de escaneo del ángulo diedro formado por los cuatro átomos de carbono consecutivos en la molécula de butano. Esto permitió obtener una muestra de conformeros de la función del espacio conformacional, una variedad matemática que habita en un espacio de R^{3N}, donde N es el número de átomos de la molécula. Para ello, se empleó el nivel de teoría B3LYP junto con el conjunto de funciones base CC-PVDZ, optimizando la geometría y calculando la energía potencial de cada conformero. Se generó una muestra de 1000 conformeros, los cuales fueron representados como puntos en el espacio de R^{3N}. Utilizando la métrica RMSD, se construyó la matriz de distancias, aplicando un método de reducción de dimensionalidad (MDS) para obtener una representación de cada conformero en un espacio de R^3, preservando la información de energía potencial asociada a cada punto en R^{3N}. Con esta proyección, se empleó la homología persistente para calcular la imagen subyacente de la función del espacio conformacional. Finalmente, se aplicó la teoría de Morse discreta, mediante el algoritmo de Knudson y colaboradores, para determinar la topología de la función de energía potencial, la cual es también una variedad matemática que vive en un espacio de R^{3N+1}.

Modalidad de la presentación: PONENCIA

Universidad EAFIT-Medellín e-mail: djhernandp@eafit.edu.co-djhernandezp@uniguajira.edu.co

Palabras Claves

Función del espacio conformacional, función de energía potencial, TDA, teoría de Morse discreta, topología, homología persistente.

Referencias

1. Membrillo Solis, Ingrid & Pirashvili, Mariam & Steinberg, Lee & Brodzki, Jacek & Frey, Jeremy.. (2019) *Topology and geometry of molecular conformational spaces and energy landscapes*.
2. Henry King , Kevin Knudson & Neza Mramor. (2005) "Generating Discrete Morse Functions from Point Data". *Experimental Mathematics,* 14:4, 435-444.

Capítulo 31
Funciones de $(2, k)$-variación acotada en espacios 2-normados

Osmin Ferrer, Kandy Ferrer, Jaffeth Cure

Resumen

En este trabajo se estableció la noción de función de variación acotada en espacios 2-normados, se dotó de norma al conjunto de funciones de $(2, k)$-variación acotada y se demostró que dicho conjunto es un espacio de Banach. Además, se estudiaron las propiedades fundamentales de las funciones de $(2, k)$-variación acotada en el formalismo de los espacios de 2-Hilbert y 2-normados. También se mostró cómo dotar a un espacio 2-normado de una función de $(2, k)$-variación acotada a partir de un espacio de Hilbert clásico. Se presentan una serie de ejemplos y contraejemplos que enriquecen los resultados obtenidos en este trabajo.

Palabras Claves

2-norma, 2-Hilbert, 2-Banach, (2, k)-variación.

Referencias

1. J. Cure, K. Ferrer, O. Ferrer, Functions of bounded (2, k)-variation in 2-normed spaces, *AIMS Mathematics*, **9** (2024), 24166-24183.
2. V. V. Chistyakov, Metric-valued mappings of bounded variation, *J Math Sci (N.Y.)*, **111** (2002), 3387-3429.
3. Y. J. Cho, Theory of 2-inner Product Spaces, *Nova Science Publishers* (2001).

Dpto. de Matemáticas, Universidad de Sucre e-mail: osmin.ferrer@unisucre.edu.co, kandy.ferrer@upb.edu.co, jaffeth.cure@unisucrevirtual.edu.co

Capítulo 32
Improving the Speed of Convergence of Stabilizing Controls (Mejora en la Velocidad de la Convergencia de Controles Estabilizantes)

Baltazar Aguirre Hernández

Resumen

In this talk we initially consider a linear system of differential equations. First we say how to construct stabilizing controls, i.e. controls so that the solutions converge to the origin. Then we indicate how to make the convergence to the origin take less time.

(En esta conferencia consideramos inicialmente de un sistema lineal de ecuaciones diferenciales. Primero decimos como construir controles estabilizantes, es decir, controles para que las soluciones converjan al origen. Luego indicamos como hacer para que la convergencia al origen sea en menor tiempo).

Palabras Claves

Stability, stabilizing control, (estabilidad, control estabilizante).

Referencias

1. Aguirre, B.; Solis-Daun, J. and Suárez, R. (2007) "Stabilization of Linear Systems: A Polynomial Approach". *Advances in Dynamics, Instrumentation and Control*, Vol. II, Editors: Lozano, A.; Rakheja, S.; Su, Ch. World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd. ISBN: 9812708057, 978-981270805-2, 21–28.
2. Aguirre, Baltazar and Suárez, R. (2006) "Algebraic test for the Hurwitz stability of a given segment of polynomials". *Boletín de la Sociedad Matemática Mexicana*, Serie 3, Vol. 12, No. 2, 263-277.

Universidad autónoma Metropolitana-Iztapalapa e-mail: bahe@xanum.uam.mx

Capítulo 33
Números mal aproximados y su enfoque en la teoría ergódica mediante el Mapeo de Gauss

Daniel A. Arias Á., Andrei A. González G., Esteban Herrera C.

Resumen

Cuando la representación numérica a través de valores decimales se vuelve insuficiente debido a desafíos tales como la incapacidad de expresar con precisión ciertos números racionales, surge la necesidad de recurrir a alternativas más robustas, como las fracciones continuas. Estas permiten simbolizar con mayor exactitud constantes que se encuentran en la naturaleza, como lo son pi y el número áureo. Las fracciones continuas, una herramienta matemática de larga data, han sido empleadas a lo largo de la historia por renombrados matemáticos, desde Aryabhata (476-550) y Brahmagupta (598-668) hasta Georg Cantor (1845-1918) en tiempos más recientes, como una herramienta considerable en diversas disciplinas matemáticas.

Particularmente, su relevancia en la teoría de números es notable, ya que permite la construcción de un conjunto matemático de fracciones continuas conocido como "Mal", compuesto por números que son mal aproximados. Un número $x \in \mathbb{R}$ se considera mal aproximado si existe un valor $\varepsilon > 0$ tal que, para cualquier número racional $\frac{p}{q}$, se cumple la desigualdad $\left|x - \frac{p}{q}\right| \geq \frac{\varepsilon}{q^2}$.

El trabajo que es de interés presentar, lleva a cabo un análisis teórico exhaustivo que se apoya en la comprensión de las propiedades y características fundamentales de los números mal aproximados y la teoría ergódica. Se parte de conceptos preliminares de análisis, teoría de grupos, topología y sistemas dinámicos, para luego exponer formalmente los conceptos de funciones caóticas y fracciones continuas. Además, se exploran temas como la convergencia absoluta, la irracionalidad cuadrática y la periodicidad eventual, para finalmente integrar y realizar una construcción de estas ideas en conjunto con la teoría ergódica y así, establecer una relación intrínseca de los

UNIVERSIDAD EL BOSQUE e-mail: daariasa@unbosque.edu.co, aagonzalezg@unbosque.edu.co, eherreraca@unbosque.edu.co

dos campos mencionados en el trabajo. Esta relación se logra a través del mapeo de Gauss, una función de recurrencia no lineal generada a partir de fracciones continuas.

Palabras Claves

Fracciones Continuas, Mapeo de Gauss, Números Mal Aproximados, Teoría Ergódica

Referencias

1. Banks, J., Brooks, J., Cairns, G., Davis, G., & Stacey, P. (1992). On Devaney's Definition of Chaos. *The American Mathematical Monthly, 99*.
2. Beresnevich, V. (2014). Metric Number Theory.
3. Devaney, R. L. (1989). *An Introduction to Chaotic Dynamical Systems* (2.^{a} ed.). CRC Press.
4. Dummit, D. S., & Foote, R. M. (2010). *Abstract algebra 3rd edition* (Vol. 53).
5. Einsiedler, M., & Ward, T. (2011). *Ergodic Theory with a view towards Number Theory.* Springer London. https://doi.org/10.1007/978-0-85729-021-2
6. Gonze, D. (2015). The logistic equation. https://studylib.net/doc/8211081/the-logistic-equation
7. Guo, J. (2014). Analysis of Chaotic Systems. https://api.semanticscholar.org/CorpusID:16794785
8. Hardy, G., Wright, E., Heath-Brown, D., & Silverman, J. (1979). *An Introduction to the Theory of Numbers*. OUP Oxford.
9. Li, T.-Y., & Yorke, J. A. (1975). Period Three Implies Chaos. *The American Mathematical Monthly, 82*. https://doi.org/10.2307/2318254
10. Lipschutz, S. (1965). *General Topology*. McGraw-Hill Book Company.
11. Olds, C. D. (1963). *Continued Fractions* (1.^{a} ed., Vol. 9). Mathematical Association of America.
12. Ott, E., Grebogi, C., & Yorke, J. (1990). Controlling chaos. *Physical Review Letters, 64*(11), 1196-1199. https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.64.1196
13. Pyragas, K. (1992). Continuous control of chaos by self-controlling feedback. *Physics Letters A, 170*(6), 421-428. https://doi.org/10.1016/0375-9601(92)90745-8
14. Rubiano, G., Jiménez, L., & Gordillo, J. (2004). *Teoría de números [para principiantes]* (2.^{a} ed.). Pro-Offset Editorial Ltda.
15. Spivak, M., & Marqués, B. (1988). *Cálculo Infinitesimal*. Reverté. https://books.google.com.co/books?id=mjdXY8rshREC

Capítulo 34
Polinomios Generados de la Extensión del Teorema del Binomio y el Número Pi

Julio Cesar Romero Pabón, Martín Martínez Palmera

Resumen

En este trabajo, acerca del número Pi, se dan respuestas a muchos interrogantes sobre este maravilloso número como, por ejemplo: ¿Por qué ha fascinado el valor real de Pi a las personas? ¿Cómo han hecho los matemáticos para encontrar el valor de Pi? ¿Dónde se utiliza el número Pi? ¿Cómo calculaban nuestros antepasados el valor de Pi? Se puede asegurar, sin equivocaciones, que a pesar de su difícil naturaleza, ha llevado por el tiempo a muchos investigadores a conseguir aproximaciones cada más exactas. Es relevante señalar como este trascendental número aparece cuando menos te lo esperas, por ejemplo, en los problemas de cálculo o de geometría. En este trabajo se presentan muchos ejemplos para calcular a Pi, con una excelente precisión, y se muestran muchas aplicaciones en la vida cotidiana.

El número π (pi) es una de las constantes más importantes y fascinantes en matemáticas y ciencias, ya que su cálculo le ha servido a la geometría, la ingeniería, la física, la astronomía, la estadística y otras disciplinas. Es un número irracional y trascendental, ya que no se puede expresar como una fracción exacta, ni corresponde a la solución de ninguna ecuación algebraica con coeficientes enteros, sino que su representación es decimal, infinita y no periódica. Este número se define como la relación entre la longitud de la circunferencia de un círculo y su diámetro. independientemente de su tamaño y pertenece al conjunto de los números reales irracionales.

El valor numérico de π, truncado a sus 100 primeras cifras, es el siguiente: 3,14159265358979323846264338327950288419716939937510582097494459230 781640628620899862803482534211706 79.... El nombre de la constante π se debe al matemático William Jones, quien, en el siglo XVII, empleó la primera letra de la palabra griega "$periferia$", ($\pi\xi\rho\iota\phi\xi\rho\iota\alpha$), pero su extensión y generalización

UNIVERSIDAD DEL ATLÁNTICO e-mail: julioromero@mail.uniatlantico.edu.co, martinmartinez@mail.uniatlantico.edu.co

se debe al matemático Eüler. Es importante resaltar que el día Pi (el 14 de marzo) fue instaurado por el físico Larry Shaw en 1988, con el propósito de reconocer la relevancia del número Pi, conocido en la actualidad por su símbolo: π y cuyo valor aproximado es 3.1415926, donde el entero 3 represente el mes de marzo, el decimal 14 el día y los otros cinco decímales siguiente indican la hora los minutos y los segundos, es decir las 1:59:26.

Este número Pi históricamente ha sido concebido como la relación que existe entre la longitud de una circunferencia y su diámetro, tal como lo calculaban en Babilonia y que le asignaban un valor de 3. En la Biblia se representa como un recipiente circular que formaba para del templo de Salomón, su tamaño se especifica en un versículo de la Biblia de la siguiente forma: ”diez codos de ancho y cordón de 30 codos lo ceñía a su alrededor”. Al igual que la cultura de Babilonia le asignaban un valor de 3 a Pi. El asiático Zhang Heng, calculó el número Pi con un valor de 3.162. Antes de que aparecieran los ordenadores, el valor de 3.1416, asignado a Pi, era considerado bastante exacto para utilizarlo en sus propósitos prácticos. En la actualidad se ha evidenciado que los avances tecnológicos no han podido calcular el valor exacto del número Pi con una gran precisión.

Palabras Claves

Números Pi, binomio extendido, polinomios, teorema del binomio, series.

Referencias

1. S. Barrios. (2018) *Historia de las matemáticas*. The Galobart Books., Madrid,España.
2. M. Jacuinde y C. Morelia. (2022) “¿Por qué es importante el número Pi?”. *conecta.tec.mx*. https://conecta.tec.mx/es/noticias/morelia/educacion/por-que-es-importante-el-numero-pi: :text=De
3. J. Romero, S. Nieves y R. Figueroa. (2021) “Análisis y programación de los números primos”. *Prospectiva* V.19 2, 1–20.

Capítulo 35
Problema de Optimización de Valor Ordenado y sus aplicaciones en modelos de ajuste de parámetros con presencia de outliers

Gustavo David Quintero Álvarez

Resumen

El problema de Optimización de Valor Ordenado (OVO) hace parte de una familia de problemas de optimización en el cual la evaluación de la función objetivo en un punto dado depende del ordenamiento de ciertos valores funcionales en ese punto (ver [1]). Esto significa que el valor de la función objetivo no se basa simplemente en los valores de las variables de decisión, sino en el orden de esos valores después de haber sido reordenados o clasificados. Sean $f_i : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$, $i = 1, \ldots, m$, funciones dadas. Para cada $x \in \mathbb{R}^n$, sea $\{i_1(x), \ldots, i_m(x)\}$ una permutación de los índices $\{1, \ldots, m\}$ de modo que

$$f_{i_1(x)}(x) \leq \cdots \leq f_{i_m(x)}(x).$$

Dado un subconjunto no vacío $J \subset \{1, \ldots, m\}$, la función de Valor Ordenado asociada a J es definida en [2] y [3] como

$$f_J(x) = \sum_{j \in J} f_{i_j(x)}(x). \tag{35.1}$$

El problema de Optimización de Valor Ordenado con restricciones de caja está dado por

$$\text{Minimizar } f_J(x) \text{ sujeto a } x \in \Omega, \tag{35.2}$$

donde $\Omega = \{x \in \mathbb{R}^n \mid \ell \leq x \leq u\}$, $\ell, u \in \mathbb{R}^n$ y $\ell_i < u_i$, $i = 1, \ldots, n$.

En este trabajo, se considerará la función de Valor Ordenado (35.1) con $J = \{p\}$, es decir, $f_J(x) = f_{i_p(x)}(x)$, para algún $p \in \{1, \ldots, m\}$. Además, se mostrará el uso de un método tipo Cauchy, desarrollado en [4], para la solución del problema (35.2). La aplicación de este enfoque en problemas de ajuste de parámetros se ilustrará,

UNIVERSIDAD DEL ATLÁNTICO e-mail: gdquintero@uniatlantico.edu.co

destacando cómo el problema OVO puede ser eficaz para manejar observaciones con outliers (valores atípicos). Finalmente, se presentarán resultados recientes sobre la convergencia y complejidad de algoritmos de primer orden con términos de regularización cuadrática, desarrollados en [5] y [6], junto con propuestas de trabajos futuros que exploran el uso de modelos de alto orden regularizados en el contexto de los problemas de Optimización de Valor Ordenado.

Palabras Claves

Optimización de Valor Ordenado, métodos tipo Cauchy, modelos regularizados, complejidad, convergencia, aplicaciones.

Referencias

1. J. M. Martínez, Generalized order-value optimization, *TOP* 20, pp. 75–98, 2012.
2. L.F. Bueno, Otimização com restrições LOVO, Restauração Inexata e o Equilíbrio Inverso de Nash, Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica, Universidade Estadual de Campinas, SP - Brasil, Tesis de Maestría.
3. E. G. Birgin, L. F. Bueno, N. Krejić, and J. M. Martínez, Low order-value approach for solving VaR-constrained optimization problems, *Journal of Global Optimization* 51, pp. 715–742, 2011.
4. R. Andreani, C. Dunder and J. M. Martínez, Order-Value Optimization: Formulation and solution by means of a primal Cauchy method, *Mathematical Methods of Operations Research* 58, pp. 387–399, 2003.
5. G. Q. Álvarez and E. G. Birgin, A first-order regularized approach to the order-value optimization problem, *submitted*, available at `https://www.ime.usp.br/ egbirgin/publications/albmovo.pdf`.
6. G. Q. Álvarez and E. G. Birgin, J. M. Martínez, A first-order regularized algorithm with complexity properties for the unconstrained and the convexly constrained low order-value optimization problem, *submitted*, available at `https://www.ime.usp.br/ egbirgin/publications/albmlovo2024.pdf`.
7. R. Andreani, J. M. Martínez, M. Salvatierra, and F. S. Yano, Quasi-Newton methods for Order-Value Optimization and Value-at-Risk calculations, *Pacific Journal of Optimization* 2, pp. 11–33, 2006.
8. E. G. Birgin, J. L. Gardenghi, J. M. Martínez, and S. A. Santos, On the use of third-order models with fourth-order regularization for unconstrained optimization, *Optimization Letters* 14, pp. 815–838, 2020.
9. E. G. Birgin, J. L. Gardenghi, J. M. Martínez, S. A. Santos, and Ph. L. Toint, Worst-case evaluation complexity for unconstrained nonlinear optimization using high-order regularized models, *Mathematical Programming* 163, pp. 359–368, 2017.

Capítulo 36
Propiedades diferenciales y una relación de ortogonalidad en la nueva nueva familia de polinomios discretos generalizado de tipo U-Mittag-Leffler

Aberth Avilez Aldana

Resumen

El presente trabajo se centra en las propiedades diferenciales y una relación de ortogonalidad de una nueva familia de polinomios discretos generalizados de tipo U-Mittag-Leffler denotados como $V_n^{[N-1]}(x,\beta)$, Se exploraran las características matemáticas que definen estos polinomios, su comportamiento bajo operaciones diferenciales y cómo se establece la ortogonalidad.

Finalmente, la investigación busca no solo ampliar el entendimiento de esta clase de polinomios, sino también establecer conexiones con otros campos matemáticos y científicos, resaltando su relevancia en la actualidad y abriendo nuevas vías para futuras investigaciones.

Palabras Claves

Polinomios, operadores delta y nabla, derivada parcial, ortogonalidad y coeficientes de fourier

Referencias

1. Roman, S (1984). *The Umbral Calculus*. Academic Press, INC.
2. Szegő, G. (1975). *Orthogonal Polynomials.* Coll. Publ. Amer. Math. Soc. 23, (4th ed.), Providence, R.I.

INSSTITUCIÓN UNIVERSITARIA DE BARRANQUILLA- UNIVERSIDAD NACIONAL ABIERTA Y A DISTANCIA e-mail: aavileza@unibarranquilla.edu.co, aberth.avilez@unad.edu.co

3. Urieles, A. Ramirez, W & Quintana, Y. (2019). *Generalized Apostol-Type polinomial matrix and its algebraic Properties*. Math. Repo, p. 249 – 264.
4. Urieles, A. Ramirez, W & Quintana, Y. (2020). *Euler Matrices and their Algebraic Properties Revisited*. Applied Mathematics & Information Sciences. An International Journal. 14, No. 4, p. 583 – 596.
5. Urieles, A., Ortega, M., & Ramírez, W. (2018). *Una extensión. Nueva familia de polinomios generalizados tipo Apostol-Frobenius-Euler*. Algunas aplicaciones. Barranquilla: Sello Editorial Universidad del Atlántico, p. 104.

Capítulo 37
Simulación Numérica de un Modelo de Invasión de Células Cancerígenas

Diego García, Catalina Domínguez, Ricardo Prato

Resumen

En este trabajo, se presenta un modelo matemático que describe la invasión de células cancerígenas mediante el análisis de tres variables: la densidad de células cancerígenas, la densidad de la matriz extracelular, y la concentración de enzimas degradadoras de matriz. El modelo está compuesto por un sistema acoplado de ecuaciones diferenciales parciales no lineales, que incluye términos de difusión, haptotaxis y reacción.

El enfoque metodológico para la resolución de este sistema consiste en establecer una formulación variacional, seguida de una semi-discretización temporal mediante el esquema de Crank-Nicolson. Para tratar la no linealidad del sistema, se emplea el método de punto fijo, mientras que la discretización espacial se realiza utilizando un método de elementos finitos. Se presentan los resultados numéricos para el caso bidimensional.

Palabras Claves

Modelo invasión cáncer, Método de elementos finitos, Método de Crank-Nicolson, Método de punto fijo

Referencias

1. Ganesan, S., Lingeshwaran, S. (2017) "Galerkin finite element method for cancer invasion mathematical model". *Computers and Mathematics with Applications* V. 73, 2603–2617.

Universidad de Antioquia-Universidad Ean e-mail: diegoa.garciag@udea.edu.co,catalina.dominguezg@udea.edu.co,ricardo.prato@udea.edu.co

2. Gerisch, A., Chaplain, M.A.J. (2008) "Mathematical modelling of cancer cell invasion of tissue: Local and non-local models and the effect of adhesion". *Journal of Theoretical Biology* V. 250, 684–704.
3. Elman, H., Silvester, D., Wathen, A. (2014) *Finite Elements and Fast Iterative Solvers: With Applications in Incompressible Fluid Dynamics*. Oxford University Press., Oxford, UK.
4. Burden, R., Faires, D., Burden, A. (2016) *Numerical Analysis*. Cengage Learning., Boston, US.

Capítulo 38
Sobre espacios 2-normados flexibles refinados

José Sanabria, Osmin Ferrer, Arley Sierra

Resumen

En este trabajo, introducimos los conceptos de espacios 2-normados flexibles refinados y espacios con producto 2-interno flexibles refinados, obteniendo resultados importantes como la desigualdad de Cauchy-Schwarz, que cada producto 2-interno flexible refinado induce un espacio 2-normado flexible refinado y que un espacio 2-normado flexible refinado es inducido por un producto 2-interno flexible, si el espacio 2-normado flexible refinado satisface la ley del Paralelogramo. Para ello, presentamos la definición de vectores flexibles linealmente dependientes refinados en un espacio vectorial flexible, lo que también nos permite demostrar que dado un espacio con producto interno clásico, entonces el producto 2-interno estándar induce un espacio con producto 2-interno flexible refinado. Los resultados presentados aquí, forman parte de la referencia [1] y abren una línea de investigación en el contexto de un espacio 2-normado flexible refinado y un espacio con producto 2-interno flexible refinado.

Palabras Claves

Conjunto flexible, vectores flexibles, espacio lineal flexible, espacio 2-normado flexible refinado, espacio con producto 2-interno flexible refinado.

Dpto. de Matemáticas, Universidad de Sucre e-mail: jose.sanabria@unisucre.edu.co, osmin.ferrer@unisucre.edu.co, arleysierra23@gmail.com

Referencias

1. Sanabria, J.; Ferrer, O. ;Sierra, A. (2024) "On soft refined 2-normed spaces". *Nova Science Publishers Inc.*, New York, USA.

Capítulo 39
Sobre Los Teoremas de Colli-Visintin, Y Algunos Problemas Abiertos

Ramiro Peñas Galezo

Resumen

En esta presentación se desarrolla el teorema de Colli-Visintin para la existencia de soluciones de un problema doblemente no lineal con operadores monótonos multivaluados. Se muestran aplicaciones y cuestiones por desarrollar. Se muestra otras variantes de problemas doblemente no lineales que también permanecen abiertas.

Palabras Claves

operadores estrictamente monotonos, operadores multivaluados, problema doblemente no lineal.

Referencias

1. Barbu V. (2010) *Nonlinear Differential Equations of Monotone Types in Banach Spaces.* Springer Verlag, New York.
2. Colli P and Visintin A. On a class of doubly nonlinear evolution equations. *Commun Partial. Differ Equ* 1990; 15: 737–756.
3. Colli P. On some doubly nonlinear evolution equations in Banach spaces. *Jpn J Ind Appl Math* 1992; 9: 181–203.
4. Roubícěek T. *Nonlinear Partial Differential Equations with Applications*. Basel: Birkhäuser Verlag, 2005. pp. 321-356.
5. Ekeland I, Témam R. (1999). *Convex analysis and variational problems*. Siam, Philadelphia.
6. Showalter R.E. (1997). *Monotone Operators in Banach Space and Nonlinear Partial Differential Equations. Math Surv and Mon* 49.

Universidad del Atlántico e-mail: ramiropenas@mail.uniatlantico.edu.co

7. Showalter R.E., Shi P. (1997). *Plasticity Models and Nonlinear Semigroups. Journal of mathematical analysis and applications* 216, pp 218-245.

Capítulo 40
Some notions on $\mathcal{LC}$-sets and decomposition of continuity via bioperations

Ennis Rosas

Resumen

Generalized open sets play a very important role in General Topology and they are now the research topics of many topologists worldwide. Indeed a significant theme in General Topology and Real analysis concerns the various modified forms of continuity, separation axioms etc. by utilizing generalized open sets. Kasahara [1] defined the concept of an operation on topological spaces. Umehara et al. [5] introduced the notion of $\tau_{(\gamma,\gamma')}$ which is the collection of all (γ,γ')-open sets in a topological space (X,τ). Carpintero et al. [3] introduced some new types of of sets via bioperations and obtained a new decomposition of bioperation-continuity. In this conference, we introduce some new types of sets in bioperation-topological space. Also we discuss some properties and characterization of these new notions. The aim of the present conference is introduce and study notions of $\mathcal{LC}$-set and obtain that a set is $\mathcal{A}$-set if, and only if it is both semi-open and $\mathcal{LC}$- set. in the same form A subset A is (γ,γ')-closed if and only if it is generalized (γ,γ')-closed and locally (γ,γ')-closed. Also, we investigate relationships among continuity, $\mathcal{A}$-continuity, α- continuity, $\mathcal{LC}$- continuity, pre- continuity and semi- continuity.and $\mathcal{LC}$-continuity via bioperations.

Palabras Claves

$\mathcal{LC}$-set, $\mathcal{LC}$-continuity, $\mathcal{A}$-set, $\mathcal{A}$-continuity.

Departamento de Ciencias Naturales y Exactas, Universidad de la Costa, Barranquilla-Colombia-Department of Mathematics, Universidad de Oriente, Cumana, Venezuela e-mail: ennisrafael@gmail.com

Referencias

1. S.Kasahara, Operation-compact spaces, Math. Japonica 24 (1979), 97-105.
2. C. Carpintero, N. Rajesh and E. Rosas, On a class of (γ, γ')-preopen sets in a topological space, Fasciculi Mathematici, 46 (2011), 25-35.
3. C. Carpintero, N. Rajesh and E. Rosas, On Decomposition of Bioperation-Continuitya, Comptes rendus de LeAcadémie bulgare des Sciences, Tome 73,(4) (2020), 443-450.
4. C. Carpintero, N. Rajesh, E. Rosas and B. Brundha, A New Decomposition of Bioperation-Continuity (submitted).
5. J. Umehara, H. Maki and T. Noiri, Bioperation on topological spaces and some separation axioms, Mem. Fac. Sci. Kochi Univ. (A), 13 (1992), 45-59.

Capítulo 41
Sparse Identification of Nonlinear Dynamics (SINDy) in Pattern Formation Systems: A Data-Driven Approach

César Augusto Acosta Minoli
Jorge Mario García Usuga
Mónica Johana Mesa Mazo

Resumen

The Sparse Identification of Nonlinear Dynamics (SINDy) method is a powerful tool for discovering governing equations from data, using sparse regression to identify the most relevant terms in nonlinear dynamical systems. In this presentation, we explore the application of SINDy to 2D problems related to pattern formation, such as those studied by Matis-Gil et al. (2024). Using data obtained from pattern-forming systems resembling Turing patterns, we develop partial models that describe the underlying dynamics with a sparse representation of the active terms. This allows for the inference of partial differential equations (PDEs) that capture the spatial and temporal behavior of biological or chemical patterns while handling noise and uncertain initial conditions. The SINDy-based approach provides a robust framework for studying diverse pattern formation processes, offering advantages over traditional approaches by reducing the model to its essential terms.

Keywords

SINDy, Sparse Regression, Nonlinear Dynamics, Pattern Formation, Partial Differential Equations, Turing Patterns

Referencias

1. Brunton SL, Proctor JL, Kutz JN. (2016) *Discovering governing equations from data by*

UNIVERSIDAD DEL QUINDIO e-mail: cminoli@uniquindio.edu.co, jmgarcia@uniquindio.edu.co, mjmesa@uniquindio.edu.co

sparse identification of nonlinear dynamical systems. *Proc Natl Acad Sci*. 2016;113(15):3932-3937. doi:10.1073/pnas.1517384113.

2. Matas-Gil A, Endres RG. (2024) *Discovering governing equations from data by sparse identification of nonlinear dynamical systems*. *Proc Natl Acad Sci*. 2016;113(15):3932-3937. doi:10.1073/pnas.1517384113.
3. Rudy SH, Brunton SL, Proctor JL, Kutz JN. (2016) *Data-driven discovery of partial differential equations*. *Sci Adv*. 2017;3(4):e1602614. doi:10.1126/sciadv.1602614.

Capítulo 42
Sucesores y predecesores en retículas de topología

Melissa Guerra Martínez

Resumen

La teoría de retículas se consolidó en el siglo XX con las publicaciones del matemático Garrett Birkhoff. Desde entonces, se han estudiado retículas específicas de conjuntos. En esta conferencia se estudiará el comportamiento de la retícula formada por las topologías sobre un conjunto X, centrándose en el estudio de los sucesores y predecesores inmediatos de las topologías. Se planteará entonces la pregunta, ¿Bajo qué condiciones una topología tiene un sucesor o predecesor inmediato? Y se construirán ejemplos que ilustren estas condiciones. De igual forma, se estudiarán como ejemplo de subretícula al conjunto de las topologías T_1 sobre un conjunto X, algunas de sus propiedades y sus sucesores y predecesores inmediatos.

Palabras Claves

Retículas, retículas de topología

Referencias

1. Alas, O. T., & Wilson, R. G. (2004) *Which topologies can have immediate successors in the lattice of T1-topologies?* Applied General Topology, vol. 5, no. 2, pp. 231242, Oct. 2004.
2. Birkhoff, G. (1967) *Lattice Theory*. 3rd ed., American Mathematical Society Colloquium Publications, vol. 25, Providence, RI.
3. Derniankov, D., Erné, M., Heine, K., & Tholen, W. (1988) *Lattice of topologies: A survey*. Category Theory at Work, Heldermann Verlag, pp. 1 37.

Universidad Del Atlántico e-mail: myguerra@mail.uniatlantico.edu.co

Capítulo 43
Una Breve Introducción a los Grafos Profinitos

Jesus Eduardo Berdugo De La Ossa

Resumen

En esta charla, abordaremos los grafos profinitos. Iniciaremos con una introducción a los conceptos fundamentales de los grafos abstractos, que son los grafos convencionales utilizados en la combinatoria. Examinaremos sus propiedades principales, como la conexidad, la definición de un árbol y las condiciones bajo las cuales un árbol se convierte en un árbol generador.

Posteriormente, introduciremos el concepto de espacio profinito, que es un tipo de espacio topológico que puede interpretarse como el límite inverso de espacios topológicos finitos. Proporcionaremos la información necesaria sobre estos límites inversos y cómo resultan útiles para comprender los grafos profinitos.

Finalmente, presentaremos la definición de grafos profinitos y exploraremos sus propiedades principales. Compararemos estos grafos con los grafos abstractos, destacando sus similitudes y diferencias. También explicaremos el concepto de un árbol pro-p (p un número primo) y lo compararemos con la definición de un árbol en la teoría de grafos.

Palabras Claves

Grafos Profinitos, Grafos Conexos, Límites inversos, pro-p árbol.

Universidad Del Atlántico e-mail: jeberdugo@mail.uniatlantico.edu.co

Referencias

1. Dicks, W., Dunwoody M.J. (1989) *Groups acting on Graphs*. Cambridge University Press.
2. Ribes, L. (2017) *Profinite Graphs and Groups*. Springer.

Capítulo 44
Espacios normados difusos

Andrés Felipe Morantes Arciniegas

Resumen

En 1965, Lotfi Zadeh introdujo el concepto de conjunto difuso [1], el cual asigna a cada elemento de X un valor en el intervalo $[0, 1]$. Desde entonces, diversas áreas matemáticas han sido extendidas al ámbito difuso, incluyendo los espacios normados.

Bag y Samanta [2] introdujeron una norma difusa (B-S norma) basada en t-normas continuas. Sea X un espacio vectorial sobre $\mathbb{R}$ y $*$ una t-norma continua. Diremos que un conjunto difuso N sobre $X \times \mathbb{R}$ es una *B-S* norma difusa (o *B-S* norma) si cumple las siguientes propiedades:

1. $N(x, t) = 0$ para cada $t \leq 0$.
2. $x = \mathbf{0}$ si, y solo si, $N(x, t) = 1$ para cada $t > 0$.
3. Si $c \neq 0$ y $x \in X$, entonces $N(cx, t) = N(x, \frac{t}{|c|})$ para cada $t \in \mathbb{R}$.
4. Si $x, u \in X$ y $s, t \in \mathbb{R}$, entonces $N(x + u, s + t) \geq N(x, s) * N(u, t)$.
5. Para cada $x \in X$, $N(x, \cdot)$ es una función creciente y $\lim_{t\to\infty} N(x, t) = 1$ (fijando la primera componente).

La tripla $(X, N, *)$ es llamada *espacio normado difuso* en el sentido de Bag y Samanta, o simplemente *B-S* espacio normado difuso. Si $* = \min$ (t-norma mínima) notaremos dicha tripla por (X, N).

Siguiendo [3, 4, 5], dos *B-S* normas N_1 y N_2 sobre un espacio vectorial X son equivalentes si existen familias $\{M_\alpha\}$ y $\{m_\alpha\}$ tales que, para todo $x \in X$, $t \in \mathbb{R}$ y $\alpha \in (0, 1)$:

$$\text{si } N_1(x, t) \geq \alpha, \text{ entonces } N_2(x, m_\alpha t) \geq \alpha,$$

y

$$\text{si } N_2(x, t) \geq \alpha, \text{ entonces } N_1(x, M_\alpha t) \geq \alpha.$$

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER e-mail: anfear-2002@outlook.es

Además, una B-S norma difusa induce una familia ascendente de seminormas clásicas. Sea (X, N) un espacio normado difuso. Para cada $\alpha \in (0, 1)$, definimos la α-seminorma asociada a la $B - S$ norma difusa N como:

$$\begin{aligned} \|\cdot\|_\alpha \colon X &\to \mathbb{R} \\ x &\mapsto \|x\|_\alpha = \text{ínf}\{t > 0 : N(x, t) \geq \alpha\}. \end{aligned} \tag{44.1}$$

Entonces, $\mathcal{S} = \{\|\cdot\|_\alpha \colon \alpha \in (0, 1)\}$ es una familia de seminormas en X. El objetivo de la charla es mostrar que dos B-S normas difusas son equivalentes si, y sólo si, sus α-seminormas asociadas son equivalentes. Este resultado forma parte de mi tesis de pregrado, dirigida por el profesor Ph. D. Michael Alexánder Rincón Villamizar.

Palabras Clave

Norma difusa, Espacio normado difuso,, t-norma, α-seminorma.

Referencias

1. McNeill, F. M. and Thro, E. (1994) "Fuzzy Logic: A Practical Approach". *Elsevier Science & Technology*.
2. Bag, T. and Samanta, S.K. (2003) "Finite dimensional fuzzy normed linear spaces". *Journal of Fuzzy Mathematics*, 11, 687–705.
3. Saheli, Morteza (2015) "Hahn Banach theorem on fuzzy normed linear spaces". *Annals of Fuzzy Mathematics and Informatics*, x(x), 1–xx. http://www.afmi.or.kr.
4. Cho, Y. J., Rassias, T. M. and Saadati, R. (2018) "Fuzzy Normed Spaces and Fuzzy Metric Spaces". In *Fuzzy Operator Theory in Mathematical Analysis*, pp. 11–43. Springer International Publishing. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-319-93501-0_2.
5. Năd̆ăban, S., Dzitac, S. and Dzitac, I. (2020) "Fuzzy Normed Linear Spaces". In *Recent Developments in Fuzzy Logic and Fuzzy Sets: Dedicated to Lotfi A. Zadeh*, pp. 153–174. Springer International Publishing. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-030-38893-5_8.

Capítulo 45
Análisis, Modelación y Predicción del Precio Promedio del Aguacate Hass en Colombia Tomando como Base Datos Históricos desde 2013 hasta 2023

Laura Vanesa Muñoz Guerra, Sauly Andrés Wilchez Martinez

Resumen

El aguacate es reconocido por ser un superalimento y una fuente natural de energía gracias a su elevada cantidad de vitaminas, grasas y energía saludable. Sin embargo, adicional a sus beneficios nutricionales, es uno de los productos de la canasta agro-exportadora no tradicional con mayor impacto en Colombia.
En el mundo existen más de 20 tipos de aguacate, siendo el Hass el más atractivo para el mercado internacional gracias a su textura, tamaño y calidad. Carvajal, L.(2023)
El propósito del presente trabajo de investigación se centra en comprender la variación, modelación y predicción temporal del precio promedio del aguacate Hass en Colombia tomando como base datos históricos de precios en las diferentes ciudades del país desde los años 2013 hasta el 2023 mediante la aplicación de diferentes métodos de series temporales.
El estudio realiza un análisis de datos del DANE de forma específica del ”Sistema de Información de Precios y Abastecimiento del Sector Agropecuario - Componente de Precios Mayoristas”(SIPSA_P). La serie de datos abarca desde 2013 hasta 2023 y contiene 132 observaciones mensuales del precio promedio del aguacate Hass. El tratamiento y análisis de los datos se realizaron utilizando herramientas como EXCEL y el software R-Studio.
De manera general se realizó una visualización gráfica de la serie temporal para la detección de patrones, tendencias y estacionalidad, esto contribuyó a tener un mejor conocimiento sobre la estructura de los datos. Seguido a lo anterior se evaluó la estacionaridad de la serie y se determinó si se aplicaba o no una diferenciación para eliminar tendencias y estabilizar varianza tomando como apoyo el uso de pruebas KPSS y ADF teniendo en cuenta los p-valores de las mismas. Después de haber logrado la estacionariedad, se selecciono un horizonte de pronóstico de 12 meses para predecir, aplicando los conceptos de modelización SARIMA y ARIMA, con el

UNIVERSIDAD DE CÓRDOBA e-mail: lmunozguerra79@correo.unicordoba.edu.co, swilchezmartinez69@correo.unicordoba.edu.co

análisis del ACF y PACF se establecio un modelo teniendo en su estructura parte regular y estacional. Con el modelo final listo se realizó un análisis de diagnóstico de residuales y evaluación de las métricas de desempeño para así determinar un buen modelo manual que se ajuste adecuadamente. Para finalizar se generaron modelos con la función autorima de R-Studio y se realizó la evaluación de los mismos teniendo en cuenta los criterios antes mencionados, con el fin de hacer una comparación entre el modelo manual y el del autorima.
Para finalizar se puede indicar que en la investigación se aplicaron una amplia gama de temas como: la diferenciación, la estacionariedad, los componentes estacionales, los horizontes de pronóstico, el diagnóstico de los residuales, las métricas de desempeño entre otros, para el ajustara de un buen modelo predictivo que ofrezca a los productores, comercializadores y trabajadores del sector agropecuario la capacidad de tomar decisiones informadas y estratégicas, lo cual puede llegar a tener repercusiones respecto a la predicción y valoración de los mismos.

Palabras Claves

SARIMA, ARIMA, estacionariedad, métricas de desempeño, diagnóstico de residuales, diferenciación y componentes estacionales.

Referencias

1. Carvajal, L. (2023) “El impacto del aguacate Hass en el mercado internacional”. *Revista Agroexportadora*, 15(2), 32–45.
2. Departamento Administrativo Nacional de Estadística (DANE) (2023) “Sistema de Información de Precios y Abastecimiento del Sector Agropecuario - Componente de Precios Mayoristas (SIPSA_P)”. *Informe Anual de Precios Agropecuarios*, 1–25.
3. RStudio Team (2023) “RStudio: Integrated Development for R”. *RStudio, PBC*. Disponible en: https://www.rstudio.com/.

Capítulo 46
Comportamientos Sociales Sexuales en el Lugar de Trabajo: Explorando su Efecto en la Intención Empresaria

Mónica Jhoana Mesa Mazo, Kerlin Dahana Rodríguez , Juan Manuel Aristizábal Tamayo

Resumen

El acoso sexual en el lugar de trabajo es un fenómeno que afecta de manera desproporcionada a las mujeres, influenciado por normas de género y relaciones de poder (Folke & Rickne, 2022; Fitzgerald & Cortina, 2018). A pesar de su impacto en la salud y productividad laboral (McLaughlin et al., 2017; Willness et al., 2007), hay una escasez de evidencia sobre su relación con la intención empresarial (IE). Este estudio utiliza datos del Global University Entrepreneurial Spirit StudentsŚurvey (Proyecto GUESSS 2018 -2019) para explorar el efecto de los comportamientos sociales de connotació n sexual en el lugar de trabajo sobre la intención empresarial (IE) en un grupo de estudiantes universitarios en Colombia. Los comportamientos sociales sexuales se definen como interacciones sociales en el ámbito laboral que pueden interpretarse con connotaciones sexuales, aunque no necesariamente se perciben como una amenaza o acoso por las partes involucradas. Para esto se toma una muestra de 812 estudiantes que informaron acoso laboral en los últimos 6 meses (Gillanders et al., 2021). A través de este trabajo se espera contribuir a la comprensión de los factores que influyen en la IE al estudiar la variable de acoso sexual en el entorno laboral.

Palabras Claves

Intención emprendedora, regresión logística, comportamiento social sexual, GUESSS, Colombia.

Universidad del Quindío e-mail: mjmesa@uniquindio.edu.co, kerlind.rodriguez@uqvirtual.edu.co, jmaristizabal@uniquindio.edu.co

Referencias

1. Aloulou, W. J. (2022). *The influence of institutional context on entrepreneurial intention: evidence from the Saudi young community*. *Journal of Enterprising Communities: People and Places in the Global Economy*, 16(5), 677–698.
2. Aquino, K., Sheppard, L., Watkins, M. B., O'Reilly, J., & Smith, A. (2014). *Social sexual behavior at work*. *Research in Organizational Behavior*, 34, 217–236.
3. Aristizábal, J. M., Tarapuez, E., & Astudillo, C. A. (2024). *Predicting entrepreneurial intention in Colombian academics: a machine learning approach*. *Journal of Entrepreneurship in Emerging Economies*.
4. Martins, I., Pérez, J., álvarez, C., López, T., Moreno, J., & Hugueth, A. (2019). *El espíritu emprendedor de los estudiantes en Colombia. Resultados del Proyecto GUESSS 2018*. Universidad EAFIT.

Capítulo 47
Conjuntos profundos de Erdős en $\mathbb{Z}_n$

Mauricio Jafet Santos Camargo

Resumen

Sea $n > 1$ y $C \subseteq \mathbb{Z}_n$, se define ΔC como el multiconjunto de distancias entre elementos no iguales de C, dado por

$$\Delta C = \{\delta(x, y) : \{x, y\} \subseteq C \wedge x \neq y\},$$

donde, $\delta(x, y) = min\{x - y \bmod n, y - x \bmod n\}$ para todo $x, y \in \mathbb{Z}_n$. Adjunto al multiconjunto de distancia, se define el soporte de C, denotado por $S(C)$, como el conjunto de todas las distancias diferentes presente en ΔC. Luego, para cada distancia $d \in S(C)$, definimos la multiplicidad de d, como $m(d, C) = |\{\{x, y\} \subseteq C : x \neq y \wedge \delta(x, y) = d\}|$ y el conjunto de multiplicidades como $M(\Delta C) = \{m(d, C) : d \in S(\Delta C)\}$.
Ahora, tomando como inspiración el problema del plano de Erdős [1], diremos que C es *Conjunto profundo de Erdős* si para cada $i \in \{1, 2, \ldots, k-1\}$, con $|C| = k$, existe una única distancia entre elementos de C, tal que su multiplicidad sea igual a i. La presente ponencia aborda el contenido de dos secciones de la tesis de pregrado del autor. En primer lugar, se establece la caracterización y descripción de todo conjunto profundo de Erdős en $\mathbb{Z}_n$. Es así, que diremos que $C \subseteq \mathbb{Z}_n$ es un conjunto profundo de Erdős en $\mathbb{Z}_n$ si y solo si, para algún $a \in \mathbb{Z}_n$

a. $C = a + \left\{0, \frac{n}{3}, \frac{2n}{3}, \frac{n}{6}\right\}$ cuando $n = 6t$, con $t \geq 1$, ó
b. $C = a + AP(g, k, n)$, con $1 \leq g \leq \left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor$ y $k \leq \left\lfloor \frac{n}{2\gcd(n,g)} \right\rfloor + 1$.

En segundo lugar, con base a la clasificación de los conjuntos profundos de Erdős en $\mathbb{Z}_n$, se cuestionó sobre ¿cuántos conjuntos profundos de Erdős hay en cada $\mathbb{Z}_n$? De allí se establece la primera función de conteo de dicho trabajo; es así que llamando

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER e-mail: mjmesa@uniquindio.edu.co, kerlind.rodriguez@uqvirtual.edu.co, jmaristizabal@uniquindio.edu.co

$$\mathcal{E}(n) = \{C \subseteq \mathbb{Z}_n : C \textit{ es un conjunto profundo de Erdős}\}$$

se establece que

$$|\mathcal{E}(n)| = f_2(n) + n \sum_{g=1}^{\lfloor \frac{n}{2} \rfloor} \left\lfloor \frac{n}{2\gcd(n,g)} \right\rfloor$$

Donde, $f_2 : \mathbb{N} \setminus \{1\} \to \mathbb{Z}$ es la función dada por:

$$f_2(n) = \begin{cases} \frac{n}{2} & \text{si, } n \text{ es par y es múltiplo de 3,} \\ 0 & \text{si, } n \text{ es impar,} \\ -\frac{n}{2} & \text{si, } n \text{ es par y no es múltiplo de 3.} \end{cases}$$

Igualmente, se cuestionó sobre la cantidad de conjuntos profundos profundos de Erdős en $\mathbb{Z}_n$ con un determinado tamaño $t \in \mathbb{N}$. De esta forma, llamando

$$\hat{\mathcal{E}}(n,t) = \{C \subseteq \mathbb{Z}_n : C \textit{ es un conjunto profundo de Erdős de tamaño } t\}$$

se establece que

$$|\hat{\mathcal{E}}(n,t)| = f_4(n,t) + n \sum_{g=1}^{\lfloor \frac{n}{2} \rfloor} \mu\left(\left\lfloor \frac{n}{2\gcd(n,g)} \right\rfloor + 1 - t\right)$$

donde $f_4 : \mathbb{N} \setminus \{1\} \times \mathbb{N} \setminus \{1\} \to \mathbb{Z}$

$$f_4(n,t) = \begin{cases} n & \textit{si } n = 6c \textit{ y } t = 4, \\ 0 & \textit{si } n \textit{ es impar ó } t \neq 4 \textit{ ó } t \neq 2, \\ -\frac{n}{2} & \textit{si } n \textit{ es par y } t = 2. \end{cases}$$

Finalmente, se define un tipo de conjuntos profundos de Erdős, conocidos como conjuntos profundos de Winograd, los cuales cumplen que el soporte y el conjunto de multiplicidades son iguales. Además, se postula una conjetura sobre la caracterización de estas estructuras.

Palabras Claves

Conjuntos profundos de Erdős, Enteros módulo n, distancia, Conjuntos profundos de Winograd, contar.

Referencias

1. Erdős, P.,Jinghuang, T.,Johnsonbaugh, R., Norton, V., Anderson, E. (1982) Elementary Problems: E2938-E2943.*The American Mathematical Monthly*.
2. Gaede, T. (2022) Erdős-Deep families of arithmetic progressions. [Master Thesis]. University of Victoria.

Capítulo 48
Corruption's Diffusion and the Criminal Justice System: A Dynamical Model

Almanza R. Camilo, Ospino P. Jorge E, Ramos R. José L.

Resumen

In this paper, a mathematical model for the transmission dynamics of corruption of public officials was formulated. The model was demonstrated to be mathematically well posed. The next-generation matrix method to calculate the basic reproduction number regarding the corruption-free equilibrium, and to establish the conditions for local and global asymptotic stability of corruption-free and endemic equilibria. The analysis reveals a globally asymptotically stable corrupt-free equilibrium whenever $\mathcal{R}_0 \leq 1$ and a globally asymptotically stable endemic equilibrium if otherwise. The numerical simulations showed that an integrated strategy that aimed to strengthen the *Criminal Justice System* and the *Awareness Campaings* against corruption was the best approach to fight this phenomenon.

Palabras Claves

Corruption; susceptible; honest; basic reproduction number.

Referencias

1. N. Groenendijk, *A principal-agent model of corruption*, Crime, Law, & Social Change, Vol. 27, pp. 207-229, **1997**.
2. T. S. Aidt, *Economic Analysis of Corruption: A Survey*, The Economic Journal, vol. 113, No. 491, pp. 632–652, **2003**.

Departamento de Economía, Fundación Universidad del Norte - Programa de Matemáticas, Universidad del Atlántico e-mail: jorgeospino@mail.uniatlantico.edu.co

3. A. Persson, B. Rothstein, and J. Teorell, *Why Anticorruption Reforms Fail—Systemic Corruption as a Collective Action Problem*, Governance: An Intertnational Journal of Policy, Administration, and Institutions, Vol. 26, No. 3, pp. 449–471, **2013**.
4. L. Yadong, *An Organizational Perspective of Corruption*, Management and Organisation Review, vol. 1, issue 1, pp. 119-154, March **2005**.
5. R. Burguet, J. Ganuza, and J. Montalvo, *The Microeconomics of Corruption*, Handbook of Game Theory and Industrial Organization, Vo. II, Chap. 16, **2018**.
6. S. Rose-Ackerman, *The Economics of Corruption*, Journal of Public Economics, vol. 4, No. 2, pp. 187-203, **1975**.
7. S. Bahoo, I. Alon, and J. Floreani, *Corruption in economics: a bibliometric analysis and research agenda*, Applied Economics Letters, vol.28, No. 7, pp. 565-578, **2021**.
8. S. Hathroubi and H. Trabelsi, *Epidemic corruption: a Bio-economic homolgy*, European Scietific Journal, vol. 10, No. 10, **2014**. DOI: https://doi.org/10.19044/esj.2014.v10n10p %25p
9. S. Athithan, M. Ghosh and Xue-Zhi Li, *Mathematical modeling and optimal control of corruption dynamics*, Asian-European Journal of Mathematics, Vol. 11, NO. 06, **2018**, https://doi.org/10.1142/S1793557118500900.
10. H. Tessema Alemneh, *Mathematical Modeling, Analysis, and Optimal Control of Corruption Dynamics*, Journal of Applied Mathematics, vol. 2020, Article ID 5109841, 13 pages, **2020**. https://doi.org/10.1155/2020/5109841
11. N. Oigo Mokaya, Haileyesus Tessema Alemmeh, Cyrus Gitonga Ngari, Grace Gakii Muthuri, *Mathematical Modelling and Analysis of Corruption of Morals amongst Adolescents with Control Measures in Kenya*, Discrete Dynamics in Nature and Society, vol. 2021, Article ID 6662185, 16 pages, **2021**. https://doi.org/10.1155/2021/6662185
12. A. Kebede and Z. Kinfe, *Mathematical Model and Analysis of Corruption Dynamics with Optimal Control*, Journal of Applied Mathematics, vol. 2022, pp. 1-16, **2022**. URL = https://doi.org/10.1155/2022/8073877
13. G. S. Becker, *Crime and Punishment: An Economic Approach*, Journal of Political Economy, vol. 76, No. 2, pp.169–217, **1968**.
14. R. M. Anderson, *Infectious Diseases of Humans: Dynamics and Control*, Oxford University Press, Oxford, England, 2nd edition,**1991**.
15. M. Braun, *Differential Equations and Their Applications. An Introduction to Applied Mathematics*, Springer- Verlag, New York, USA, **1993**.
16. D. W. Jordan and P. Smith, *Nonlinear ordinary differential equations*, in An Introduction to Dynamical SystemsOxford University Press, New York, NY USA, **1999**.
17. D. R. Merkin, *Introduction to the Theory of Stability*, Springer- Verlag, Berlin, Germany, **1997**.
18. O. M. Nathan and K. O. Jackob, *Mathematical modeling and analysis of mathematics anxiety behavior on mathematics performance in Kenya*, Journal of Advances in Mathematics and Computer Science, vol. 35, no. 4, pp. 46–62, **2020**.
19. Available online: http://www.mathworks.com.

Capítulo 49
Producto Tensorial de Espacios con Forma Sesquilineal

Arley Yessit Sierra Acosta, Osmin Oberto Ferrer Villar, Jorge Arrieta

Resumen

En esta charla hablaremos del producto tensorial de espacios dotados de una forma sesquilineal que no es necesariamente definida positiva, mostrando algunos ejemplos interesantes y demostrando que en tal producto tensorial se puede definir una forma sesquilineal, la cual será indefinida si al menos uno de los espacios adyacentes es un espacio indefinido y será un espacio neutro si al menos uno de los espacios en el producto tensorial también es neutro. Esta investigación abre la puerta a futuras investigaciones en espacios dotados de una estructura particular como son los espacios de Krein, con los que esperamos desarrollar una rica teoría de marcos sobre el producto tensorial de estos espacios, así como desarrollar esta teoría en el contexto de conjuntos flexibles y de estados coherentes.

Palabras Claves

Forma sesquilineal, espacio de Krein, conjunto flexible, estados coherentes

Referencias

1. Kubrusly C. A concise introduction to tensor product, *Far East J. Math. Sci. (FJMS)* 22(2), 137-174 (2006).
2. M. Combescure, D. Robert, *Coherent States and Applications in Mathematical Physics*, Springer, New York, 2012.
3. Pedersen M. Functional analysis in applied mathematics and engineering. CRC press. (2018).
4. Rudin W. Functional Analysis. McGraw-Hill, 2nd edition, (1991).

Universidad de Sucre e-mail: arley.sierra@unisucre.edu.co

Capítulo 50
Algoritmo de la divisioón en el anillo $\mathbb{K}[x_1, \cdots, x_n]$ usando Bases Grobner

Rocky Rodriguez

Resumen

Las bases de Grobner son un concepto fundamental en álgebra computacional, álgebra conmutativa y geometría algebraica, gracias a las buenas propiedades que tienen sobre los ideales de polinomios en varias variables. Su uso más elemental está relacionado con la extensión del algoritmo de la división para polinomios de varias variables, resolviendo el problema de pertenencia de un polinomio a un ideal arbitrario. Las bases de Grobner actúan como un conjunto de generadores para un ideal polinomial, y el algoritmo de Buchberger permite construirlas de manera efectiva, proporcionando una herramienta constructiva que es paralela al Teorema de las Bases de Hilbert, que garantizaba la existencia de una base para todo ideal, pero de forma no constructiva. En esta Charla se pretende discutir los conceptos necesarios para entender que son las bases de Grobner y ver como estas resuelven el problema de la pertenencia a un ideal.

Palabras Claves

Bases, ideales, algoritmos y división.

Referencias

1. David A. Cox. (2015) *ideals, varities and algorithms*. Springer International Publishing.
2. W. W. Adams and P. Loustaunau (1994) An Introduction to Grobner Bases. American Mathematical Society

Universidad del Atlaántico e-mail: rnrodriguez@mail.uniatlantico.edu.co

Capítulo 51
Análisis del precio de subastas del ganado bovino mediante regresión lineal múltiple

Noemyz Martínez Arrieta

Resumen

Colombia se destaca como un país con una actividad agropecuaria significativa, siendo la producción de ganado bovino una parte fundamental de este panorama. De acuerdo con los informes de la Federación Colombiana de Ganaderos (FEDEGAN, 2022)[1], la ganadería aporta alrededor del 1.4 % al Producto Interno Bruto (PIB) nacional y 24.8 % al PIB agropecuario. En este contexto, el estudio detallado de los precios de subastas de ganado bovino se vuelve esencial, especialmente para los diversos actores de la cadena productiva, que incluyen a productores, compradores y comerciantes.

El proyecto busca explicar el precio de subastas de ganado bovino mediante un modelo de regresión lineal múltiple que considera diversas características intrínsecas del animal. El enfoque metodológico adoptado para este estudio se fundamenta en la aplicación de métodos cualitativos, respaldado por la necesidad de incorporar variables categóricas que posibiliten una interpretación detallada de los datos. El estudio se llevó a cabo a partir de los datos recolectados entre los años 2017 y 2023 provenientes de una empresa de subastas de ganado bovino, vinculada a la Asociación de Subastas de Ganaderas de Colombia (ASOSUBASTAS). Se emplea un análisis de corresponcia múltiple e identificación del modelo de regresión lineal múltiple óptimo. Para la evaluación y validez del modelo propuesto, se uti lizan métricas de evaluación, como el coeficiente de determinación (R^2).

Palabras Claves

Subastas, ganado bovino, ganadería, regresión lineal múltiple.

UNIVERSIDAD DE CÓRDOBA e-mail: nmartinezarrieta@correo.unicordoba.edu.co

Referencias

1. FEDEGAN (2022) “Ganadería Colombiana”.
2. Montgomery (2002) “Introducción al análisis de regresión lineal”.
3. Reales (2023) “Modelos de forecasting aplicados a precio base de subastas ganaderas”.

Capítulo 52
Análisis del proyecto educativo comunitario del Centro Etnoeducativo Rural Bilingue Inga San Pedro de Colón.

Bravo Rodriguez Jose Danilo, Ordoñez Ceballos Karen Viviana

Resumen

En este proyecto, analizaremos la coherencia entre el conocimiento matemático escolar, el proyecto de vida del pueblo Inga y el Proyecto Educativo Comunitario del Centro Etnoeducativo Rural Bilingüe Inga San Pedro de Colón. El estudio se organiza en cuatro capítulos; sin embargo, en esta ponencia nos centraremos en los capítulos dos y tres. El segundo capítulo, titulado **"Una Mirada a los Principios Éticos de la Comunidad Inga del Putumayo en su Sistema Educativo"**. Por su parte, el tercer capítulo, **"Saberes Matemáticos Escolares y Comunitarios en el Contexto del Proyecto Educativo Comunitario"**.

Una Mirada a los Principios Éticos de la Comunidad Inga del Putumayo en su Sistema Educativo

En esta presentación, se expondrán los resultados de una investigación cuyo objetivo principal fue identificar los principios éticos normativos presentes en tres dimensiones interrelacionadas: el saber matemático escolar, el proyecto de vida del pueblo Inga, y el Proyecto Educativo Comunitario del Centro Etnoeducativo Rural Bilingüe Inga San Pedro de Colón. Para llevar a cabo esta investigación, se empleó una metodología cualitativa y de enfoque interpretativo, con un diseño metodológico basado en la investigación documental.

Este enfoque metodológico permitió un análisis exhaustivo de las fuentes disponibles, con el fin de comprender cómo los principios éticos se manifiestan y se integran en cada uno de los contextos mencionados. A través de este proceso, se lograron identificar tres principios éticos clave que emergen como fundamentales para

Universidad de Nariño e-mail: danilobravo2016@gmail.com,karenvivianaordonez99@gmail.com

la coherencia entre el conocimiento matemático escolar y los objetivos del proyecto educativo y el proyecto de vida comunitario. Estos principios son: *educación para la vida*, *diálogo intercultural para la justicia social* y *pertinencia de la educación matemática*.

El principio **"Educación para la Vida"** aborda la esencia misma de la educación en el contexto indígena, y se refleja en una serie de valores, prácticas y enfoques educativos que promueven la preservación de la identidad cultural, la armonía con la naturaleza, la autonomía, la comunidad y la vida en su sentido más amplio [1]. Por otra parte, el principio **"Diálogo intercultural para la justicia social"** se manifiesta a través de diversas expresiones culturales y educativas que resaltan la importancia del diálogo y la colaboración entre diferentes perspectivas culturales con el propósito de promover la justicia social y la convivencia armoniosa. Por último, el principio **"Pertinencia de la educación matemática"** subraya la importancia de que la enseñanza de las matemáticas esté íntimamente relacionada con las necesidades, valores y prácticas de las comunidades.

Estos hallazgos no solo proporcionan una visión clara de los principios éticos que guían el proceso educativo en el contexto del pueblo Inga, sino que también ofrecen una base sólida para futuras investigaciones y prácticas educativas que busquen integrar de manera efectiva los saberes académicos con los valores y objetivos comunitarios.

Saberes Matemáticos Escolares y Comunitarios en el Contexto del Proyecto Educativo Comunitario

El capítulo en cuestión se enfoca en analizar la relación entre los saberes matemáticos escolares y los saberes tradicionales de la comunidad, tal como se expresan en el Proyecto Educativo Comunitario (PEC) del Centro Etnoeducativo Rural Bilingüe San Pedro de Colón. Para alcanzar este objetivo, se emplea una metodología basada en la herramienta propuesta por Molano en 2022, la cual se introduce en la esfera material del nivel institucional.

Esta herramienta permite un análisis detallado de cómo los principios y enfoques del PEC se manifiestan en los proyectos educativos establecidos en el centro.

El análisis se centra en examinar los proyectos descritos en el PEC para evaluar cómo estos proyectos integran y reflejan tanto los saberes matemáticos escolares como los conocimientos y prácticas comunitarias. Para complementar este análisis, se utiliza una herramienta de clasificación de actividades en el ámbito de las etnomatemáticas, propuesta por Blanco en 2023. Esta herramienta clasifica las actividades en tres niveles de articulación, utilizando indicadores específicos: *articulación*, *político* y *motivador*. El nivel de articulación se refiere a la integración efectiva de los saberes matemáticos con los conocimientos comunitarios en las actividades educativas. El nivel político aborda cómo estas actividades reflejan y promueven los objetivos

y valores del PEC, y el nivel motivador evalúa cómo las actividades estimulan el interés y la participación de los estudiantes en relación con su contexto cultural.

El capítulo proporciona una descripción exhaustiva de cómo se aplican estos conceptos y herramientas para entender la relación entre los saberes matemáticos escolares y los saberes comunitarios. Se identifican las actividades que están en sintonía con esta relación, evaluando en qué medida logran una integración efectiva y significativa. Este análisis no solo considera las actividades matemáticas desde una perspectiva técnica, sino también su contexto cultural y su relevancia para la comunidad, destacando cómo estas actividades se ajustan a las necesidades y realidades culturales de los estudiantes. De esta manera, el capítulo ofrece una visión integral de cómo los saberes matemáticos escolares pueden ser contextualizados y enriquecidos a través de su interacción con los saberes comunitarios, contribuyendo a una educación más inclusiva y relevante para la comunidad del Centro Etnoeducativo Rural Bilingüe San Pedro de Colón.

Palabras Claves

Educación matemática, etnomatemática, pueblo Inga, principios éticos, educación intercultural, proyecto educativo comunitario, saberes comunitarios, educación indígena, diálogo intercultural, pertinencia educativa.

Referencias

1. Molano, E. (2022). *Elementos Orientadores para el Análisis y Diseõo de Políticas Públicas de Educación Indígena y Matemática*. Tesis de doctorado, Universidad de la Sabana.
2. Blanco, H. (2023). "Clasificación de actividades matemáticas diseõadas desde la etnomatemática". *Reflexiones Sobre Educación Matemática Desde La Etnomatemática*, En prensa, 1–10.
3. Centro Etnoeducativo Rural Bilingüe San Pedro de Colón. (2005). *Kasami purinchi nukanchipa iachaiknawa "Así caminamos con nuestros saberes"*.
4. Molina, V., & Tabares, J. F. (2014). "Educación Propia: Resistencia al modelo de homogeneización de los pueblos indígenas de Colombia". *Polis*, 13(38), 149–172.
5. Amaya, L., Berrio, G., & Herrera, W. (2018). *¿Qué son los Principios éticos?* ética y Psicología. Recuperado de `http://eticapsicologica.org/index.php/documentos/articulos/item/16-que-son-los-principios-eticos`

Capítulo 53
Aspectos dinámicos del acoplamiento skew de la familia logística

Osvaldo Ozuna, Cristian Rojas

Resumen

El objetivo fundamental de la charla es estudiar la evolución asintótica de las órbitas obtenidas por la iteración del endomorfismo dado por

$$F_{\mu,\epsilon}(x, y) = (f_\mu(x), f_\mu(y) + \epsilon(x - y)),$$

donde $\mu > 1$ es el parámetro en la familia logística $f_\mu(x) = \mu x(1 - x)$ y $\epsilon \in (0, 1)$ es el parámetro de acoplamiento.

El estudio a realizar se centrará en la descripción dinámica del endomorfismo $F_{\mu,\epsilon}$, restricto a ciertas regiones abiertas en el espacio de parámetros μ-ϵ, del conjunto de puntos con órbitas acotadas, así como determinar (de ser posible) conjuntos de parámetros de manera que la frontera de la cuenca de atracción en el infinito sea una curva invariante. Debido a la no invertibilidad de $F_{\mu,\epsilon}$, en el análisis del comportamiento de sus órbitas es imprescindible el conocimiento de la geomeía del conjunto de puntos críticos de $F_{\mu,\epsilon}$, su imagen (conjunto de valores críticos) y la preimagen de estos.

Palabras Claves

Acoplamiento skew, mapa logístico.

Universidad Michoacnana - Universidad del Atantico e-mail: cristianrojas@mail.uniatlantico.edu.co

Referencias

1. Osuna, O., and Rojas-Milla, C. J. (2023). Aspectos dinámicos del acoplamiento skew de la familia logística. Revista Integración, Temas De matemáticas, 41(2), 125-146. $https$: $//doi.org/10,18273/revint.v41n2 - 2023004$

Capítulo 54
Estrategias de impacto pedagógico y social en el área de Matemáticas en la Fundación Universitaria Salesiana

Ana Montenegro, Yadira Sanabria

Resumen

Los estudiantes universitarios enfrentan dificultades significativas en el desarrollo de competencias matemáticas, evidenciadas en bajos índices de rendimiento acadeémico, altas tasas de deserción y una percepción negativa hacia la asignatura. A pesar de los esfuerzos de los docentes, los métodos tradicionales no han logrado motivar ni satisfacer las necesidades de los estudiantes. La falta de innovación pedagógica y la escasa integración de tecnologías educativas limitan la conexión de los conceptos matemáticos con situaciones prácticas, afectando su comprensión y aplicación. Esto impacta tanto en el ámbito académico como en las oportunidades profesionales de los estudiantes, especialmente en la población vulnerable, que enfrenta barreras socioeconómicas que requieren un acompañamiento específico para asegurar una educación inclusiva y de calidad.

Por lo anterior, desde el área de matemáticas de la Fundación Universitaria Salesiana se propone un modelo educativo innovador que propone como objetivo generar espacios de fortalecimiento y profundización en el área de matemáticas para los estudiantes de la universidad y sus colegios adscritos, a partir de la implementaciń de metodologías didácticas e innovadoras que presenten las matemáticas de una manera diferente y accesible, potenciando tanto el desarrollo académico como el bienestar socioemocional.

Para alcanzar este objetivo se plantean cuatro ejes de acción. En el primero se busca innovar las estrategias pedagógicas en todas las asignaturas relacionadas con las matemáticas, integrando tecnologías educativas y metodologías activas que fomenten un aprendizaje significativo y la aplicación práctica de los conceptos. Este enfoque incluirá plataformas digitales, simulaciones y recursos interactivos que per-

Fundación Universitaria Salesiana e-mail: ana.montenegro@salesiana.edu.co,yadira.sanabria@salesiana.edu.co

mitan a los estudiantes visualizar los conceptos matemáticos en contextos reales, facilitando una comprensión más profunda. En un segundo eje se busca fortalecer el acompañamiento académico y socioemocional de la población vulnerable en Ciudad Bolívar, implementando programas que no solo apoyen su desarrollo académico, sino que también proporcionen herramientas para su crecimiento personal. Este acompañamiento incluirá tutorías personalizadas, talleres sobre técnicas de estudio y habilidades blandas, y la creación de redes de apoyo dentro de la comunidad.

Como tercer eje se propone la consolidación de una propuesta de olimpiadas matemáticas, organizando competencias a nivel local y regional que no solo estimulen el interés por las matemáticas, sino que también promuevan el trabajo en equipo y la resolución de problemas de forma creativa. Las olimpiadas permitirán a los estudiantes aplicar sus conocimientos teóricos en situaciones prácticas y de competición amistosa. Para finalizar, en el cuarto eje se plantea la necesidad de promover actividades extracurriculares desde el semillero matemático, proporcionando un espacio donde los estudiantes puedan explorar temas matemáticos de manera informal y creativa. A través de proyectos de investigación, talleres y clubes de matemáticas, se busca que los estudiantes desarrollen una relación más cercana y positiva con la disciplina.

Este proyecto espera generar un cambio significativo en la forma en que se enseñan y aprenden las matemáticas en la Fundación Universitaria Salesiana y sus colegios adscritos. Al implementar estrategias pedagógicas innovadoras y proporcionar un acompañamiento académico y emocional adecuado, se busca mejorar los índices de rendimiento académico, reducir la deserción escolar y, lo más importante, promover un entorno educativo más inclusivo y equitativo. A largo plazo, se espera que los estudiantes no solo mejoren sus competencias matemáticas, sino que también desarrollen habilidades esenciales para su éxito académico y profesional. Además, al involucrar a la comunidad y fortalecer las redes de apoyo, se espera que el impacto del proyecto trascienda las aulas y contribuya al desarrollo integral de los estudiantes.

En conclusión, este proyecto representa una apuesta por la innovación educativa, con el objetivo de transformar la experiencia de aprendizaje de las matemáticas y promover una mayor equidad y bienestar en la comunidad salesiana.

Palabras Claves

Innovación, competencias, matemáticas, gamificación, creatividad.

Referencias

1. Bárcena, A. (2016, mayo). *Agenda 2030 y los Objetivos de Desarrollo Sostenible: Una oportunidad para América Latina y el Caribe.* Agencia Chilena de Cooperación Internacional para el Desarrollo. Recuperado el 2 de octubre de 2023, de https://www.agci.cl/images/centrodocumentacion/AGENDA2030ylosODS.pdf4
2. Cantoral, R. y Reséndiz, E. (2003). *El papel de la variación en las explicaciones de los profesores: un estudio en situación escolar.* Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 6(2), 133-154.
3. Carlson, M., Jacobs, S., Coe, E., Larsen, S. y Hsu, E. (2003). *Razonamiento covariacional aplicado a la modelación de eventos dinámicos: un marco conceptual y un estudio.* Revista EMA, 8(2), 121-156.
4. Fonseca, A., Hernández, R. y Mariño, L. (2017). *Enfoque CPA en la resolución de problemas para el aprendizaje de fracciones mediante el uso del software matemático Edu.co.* Recuperado de http://funes.uniandes.edu.co/12773/1/Fonseca2017Enfoque.pdf
5. García, G., Serrano, C. y Salamanca, J. (2000). *Estudio del pensamiento variacional en la educación básica primaria.* En Rojas, Pedro Javier (Ed.), Memorias del 2° Encuentro Colombiano de Matemática Educativa (pp. 36-38). Recuperado de http://funes.uniandes.edu.co/2377/1/Garc%C3%ADa2000Estudio.pdf
6. Guíñez, C. (2020). *Influencia de las prácticas socioafectivas de los docentes en el proceso de aprendizaje en el aula en primer ciclo de educación básica.* Biblioteca Digital UAHC. Recuperado de http://bibliotecadigital.academia.cl/xmlui/bitstream/handle/123456789/6638/TPEB%20932.pdf?sequence=1&isAllowed=y
7. Ministerio de Educación Nacional-MEN. (1998). *Lineamientos Curriculares para el área de Matemáticas.* Bogotá (Colombia): Magisterio. Recuperado de https://bit.ly/2r9w8EV
8. Ministerio de Educación Nacional-MEN. (2006). *Documento No. 3: Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas.* Recuperado de ttps://bit.ly/2EOJfR1
9. Ministerio de Educación Nacional-MEN. (2016). *Derechos Básicos de Aprendizaje V2.* Bogotá, Colombia. Recuperado de https://bit.ly/2vuzMvq

Capítulo 55
Gestión óptima de recursos forestales agricolas y pesqueros mediante teoría de control

Ingrid Milena Cholo Camargo, Jorge Amador Moncada, Gerard Olivar Tost

Resumen

La interacción entre el hombre y los recursos naturales es inherentemente compleja. La explotación excesiva de recursos por parte del hombre para obtener beneficios económicos puede llevar a la degradación ambiental. Por tanto, es fundamental distribuir la mano de obra de manera óptima para asegurar la extracción sostenible de recursos, preservando siempre una reserva mínima que garantice la regeneración y sostenibilidad del ecosistema.

Este estudio aborda un sistema que examina la interacción entre las actividades humanas en el bosque y la agricultura, y la dinámica del bosque. Utilizamos la teoría de control para maximizar la utilidad económica derivada de estas actividades. En este contexto, el control se ejerce mediante la proporción de personas dedicadas al manejo del bosque, con la restricción adicional de mantener una reserva mínima de bosque.

Los resultados indican que bajo ciertas condiciones la máxima utilidad se obtiene cuando se mantiene activa la restricción de la reserva mínima de bosque y se promueve el crecimiento de otra actividad económica, como la pesca.

Palabras Claves

Teoría de control, Recursos naturales, Reserva mínima, Utilidad máxima.

UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA, INSTITUTO HUMBOLDT, UNIVERSIDAD DE AYSÉN e-mail: imcholoc@unal.edu.co, jaamadorm@unal.edu.co, gerard.olivar@uaysen.cl

Referencias

1. Cholo, I., Amador, J., Rincón, C. A., Tost, G. (2021). Viability Analysis of Labor Force in an Agroforestry System. 10.1007978-3-030-73241-7_10.
2. Lenhart, S. and Workman, J.T. (2007) *Optimal Control Applied to Biological Models*. Mathematical and Computational Biology Series, Chapman & Hall/CRC, London.
3. Fleming W, Rishel R. (1975). *Deterministic and Stochastic Optimal Control*. New York, NY: Springer.
4. Biswas, M. H. A., Haque, M. M., & Mallick, U. K. (2019). Optimal control strategy for the immunotherapeutic treatment of HIV infection with state constraint. *Optimal Control Applications and Methods*, 40(4), 807-818.
5. Mandal, Sajib & Islam, Md & Biswas, Md. Haider Ali & Islam, Saiful. (2022). Modeling with strategies to control the adverse effects of global warming on marine ecosystems. *Modeling Earth Systems and Environment*. 8. 1-16. 10.1007/s40808-021-01286-2.

Capítulo 56
Modelado Matemático para el Servicio de Recolección de Basura

Oscar Molina, Carlos Trujillo, Ingrid Cholo, Luz Cardona, Mario Valencia

Resumen

La acumulación de residuos representa un desafío tanto para la salud humana como para el medio ambiente, lo que hace indispensable la implementación de un servicio eficiente de recolección de basura. Este servicio debe gestionar dos tipos de residuos: reciclables y no reciclables. Entre los residuos reciclables, solo una parte contribuye directamente a la productividad del servicio. La productividad, a su vez, varía según la proporción de residuos reciclables aprovechables y depende de la rentabilidad generada por la inversión en recursos humanos y maquinaria.

La rentabilidad del servicio está estrechamente vinculada tanto a la calidad del servicio prestado como a los costos asociados, los cuales varían según el volumen de residuos procesados. La interacción entre la cantidad de basura, la productividad y la rentabilidad es fundamental para mejorar el servicio, y su dinámica puede ser modelada a través de un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias no lineales.

En este estudio, se propone un sistema que describe la dinámica de factores que intervienen en el proceso de recolección de basura y se realiza un análisis clásico de estabilidad de los puntos de equilibrio. Finalmente, los resultados se ilustran con simulaciones numéricas y se interpretan en un contexto empresarial, proporcionando nuevas perspectivas sobre la gestión eficiente del servicio de recolección de basura. A pesar de la importancia de estos factores, la literatura sobre el modelado matemático de los sistemas de recolección de basura es limitada [1]. Algunos estudios previos realizados acerca del servicio de recolección de basura son por ejemplo [2, 3, 4], donde reducen los itinerarios y a su vez reducen costos de operación.

UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA, SIGMA Ingeniería S.A e-mail: oemolinad@unal.edu.co, caatrujillosa@unal.edu.co, imcholoc@unal.edu.co, lscardonam@unal.edu.co, mavalencia@sigmaingenieria.net

Palabras Claves

Sistemas dinámicos continuos, Rentabilidad, Productividad, Recolección de basura.

Referencias

1. Alcocer Quinteros, P. R., Cevallos Muñoz, O., Knudsen González, J. (2019). Mejoramiento de la gestión integral de los residuos sólidos urbanos en el cantón de Quevedo, Ecuador. Revista Universidad y Sociedad, 11(5), 362-367.
2. Shaikh, A., Hussain, M. A., Baig, M. M. (2019, January). A novel mathematical model for solid waste management for urban area: Case study for district Malir, Karachi. *In 2019 2nd International Conference on Computing, Mathematics and Engineering Technologies (iCoMET)* (pp. 1-8). IEEE.
3. Alberdi, E., Urrutia, L., Goti, A., Oyarbide-Zubillaga, A. (2020). Modeling the municipal waste collection using genetic algorithms. *Processes*, 8(5), 513.
4. Calderón Calderón, O. E. (2020). Diseño e implementación de modelo matemático para la optimización del recorrido de camiones recolectores de residuos sólidos en el municipio de León. Trabajo de grado de Licenciatura en Matemáticas, Universidad Autónoma de Nicaragua.

Capítulo 57
Sobre rango del operador de onda semilineal con condiciones de frontera Dirichlet-periódicas

Arturo Sanjuán

Resumen

Presentamos resultados en el problema de encontrar soluciones débiles a la ecuación de onda semilineal con forzamiento

$$\Box u + \tau u + h(u) = f,$$

sujeta a las condicines de frontera Dirichlet-periódicas $u(0,t) = u(\pi,t) = 0$ y $u(x,t) = u(x,t+2\pi)$ [1]. En esta notación, $\Box = \partial_t^2 - \partial_x^2$ es el operador de onda, $f \in L^2$, $\tau \notin \sigma(\Box)$ y h es una función de clase C^1 asintóticamente lineal. En esta caso la nolinealidad puede atravesar el valor propio $0 \in \sigma(\Box)$ de multiplicidad infinita.

Damos condiciones suficientes para que una función $f \in L^2$ está en el rango del operador semilineal. Para esto empleamos el método de Lyapunov-Schmidth usando el teorema de punto fijo de Schauder y el Lema de Nazarov-Turán [2].

Palabras Claves

Ecuación de onda semilineal, Nazarov-Turán, soluciones débiles.

Referencias

1. Jose F. Caicedo, Alfonso Castro, Rodrigo Duque, and Arturo Sanjuán, "A Semilinear Wave Equation with Non-Monotone Nonlinearity", *Electronic Journal of Differential Equations*, Special Issue 02 (2023), pp. 81-86.

UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS* e-mail: aasanjuanc@udistrital.edu.co

2. F. L. Nazarov, "Local Estimates for Exponential Polynomials and Their Applications to Inequalities of the Uncertainty Principle Type", *Algebra i Analiz*, vol. 5, no. 4, 3?66, 1993.

Capítulo 58
Un Modelo Matemático Para el SIDA Incluyendo Terapias Antirretrovirales

Harold Andrés Jiménez Rubio, Jorge Mauricio Ruiz Vera

Resumen

El Síndrome de Inmunodeficiencia Adquirida (SIDA) sigue siendo un grave problema de salud pública a nivel mundial, habiendo cobrado entre 32,9 y 51,3 millones de vidas según el último informe de la Organización Mundial de la Salud. Este estudio se enfoca en el análisis matemático de un modelo que describe la interacción entre las células T CD4+ y el virus del SIDA bajo el efecto de la combinación de dos terapias antirretrovirales. El objetivo es comprender la dinámica de la infección, identificar los puntos de equilibrio del sistema y evaluar la efectividad de los tratamientos actuales. Para ello, se emplean técnicas de análisis matemático y simulaciones numéricas en un modelo basado en ecuaciones diferenciales ordinarias no lineales, que representa la evolución de las poblaciones de células T CD4+ sanas e infectadas, así como la concentración viral y el impacto de las terapias antirretrovirales. Los resultados obtenidos ofrecen una comprensión profunda de la evolución de la infección bajo diferentes condiciones de tratamiento, identificando factores que afectan la carga viral y la cantidad de células T CD4+, y evaluando la eficacia de las terapias antirretrovirales en el control de la progresión de la enfermedad. Estos hallazgos se comparan con estudios previos y se discuten sus implicaciones clínicas, resaltando que, aunque las terapias actuales son efectivas, existen áreas de mejora en los tratamientos, lo que subraya la importancia de continuar investigando para desarrollar nuevas estrategias terapéuticas.

Palabras Claves

VIH, SIDA, dinámica viral, ecuaciones diferenciales, terapias antirretrovirales.

Universidad Nacional de Colombia-Sede Bogotá e-mail: haajimenezru@unal.edu.co, jmruizv@unal.edu.co

Referencias

1. Alan Perelson y Patrick Nelson (Junio de 1999) "Mathematical Analysis Of HIV-1. Dynamics In Vivo." En: SIAM Review 41. DOI: 10.1137/S0036144598335107. https://epubs.siam.org/doi/abs/10.1137/S0036144598335107.
2. J. Alavez, J. López Estrada, C. Vargas De León y M. Cano (2015) "Un modelo matemático para el VIH SIDA." En: journal of Basic Sciences, 1 Núm. 3. https://revistas.ujat.mx/index.php/jobs/article/view/1324
3. ONUSIDA (2024) "Monitoreo Global del SIDA". https://www.unaids.org/sites/default/files/media_asset/global-aids-monitoring_es.pdf
4. World Health Organization (Junio 13 de 2023) "VIH y SIDA". https://www.who.int/es/news-room/fact-sheets/detail/hiv-aids#:~:text=El%20virus%20de%20la%20inmunodeficiencia,cuando%20antes%20estaban%20en%20descenso.

Capítulo 59
Una Relación entre la Función Zeta de Riemann y los Polinomios U-Bernoulli, U-Euler y U-Genocchi

Snaider Rafael Berdugo Mejía

Resumen

En el presente trabajo, consideramos tres funciones periódicas relacionadas con los polinomios U-Bernoulli, U-Euler y U-Genocchi y su serie de Fourier. Además, a partir de esta, mostraremos una relación entre la función Zeta de Riemann y los números U-Bernoulli, U-Euler y U-Genocchi y establecemos una cota para cada una de las tres familias de números relacionados con estos polinomios.

Palabras Claves

Nuevos polinomios U-Bernoulli, U-Euler, U-Genocchi, Expansion de Fourier, Representación Integral, Función Zeta de Riemann

Referencias

1. Duran, U. and Acilgoz, M. *Apostol Type (p,q)-Frobenius-Euler Polynomials and Numbers.* 2010 Mathematics Subject Classification.

2. Hernandes, P, Quintana, Y, Urieles, A: *About Extensions Of Generalized Apostol-type polynomials* **2014**.

3. Kim, T. *Euler Numbers and Polynomials Associated with Zeta Functions*, Abstract and Applied Analysis. Volume 2008, Article ID 581582.
4. Luo, Q-M: *Fourier expansions and integral representations for the Apostol-Bernoulli and Apostol-Euler polynomials*, MATHEMATICS OF COMPUTATION, volumen 78, Number 268, october 2009, pages 2193-2208, S 0025-5718(09)02230-3

Universidad del Atlántico e-mail: srberdugo@mail.uniatlantico.edu.co

5. Srivastava, H. M, Pintór: *Remarks on some relationships between the Bernoulli and Euler polinomials*, Applied Mathematics Letters 17 (2004) 375-380.

6. Folland, G. B: *Fourier analysis and its applications*, the wadsworth & Brooks/cole mathematics series. ISBN 0-534-17094-3.

Capítulo 60
Versión Δ_h-Appell para los polinomios de Bernoulli generalizados de nivel m y principio de monomialidad

William Ramírez

Resumen

En este trabajo, presentamos una versión degenerada de los polinomios de Bernoulli generalizados de nivel m, los cuales se definen mediante la siguiente función generatriz (ver [1]):

$$\frac{z^m\, e_h^x(t)}{e_h(t) - \sum_{l=0}^{m-1} (1)_{l,h}\, \frac{t^l}{l!}} = \sum_{n=0}^{\infty} B_{n,h}^{[m-1]}(x) \frac{t^n}{n!}, \quad |t| < \min\left\{\pi, \frac{1}{|h|}\right\}, h \in \mathbb{R} \setminus \{0\}.$$

Demostramos que forman conjuntos Δ_h-Appell y proporcionamos algunas de sus propiedades algebraicas, incluidas fórmulas de inversión, así como su formulación matricial asociada. Además, centramos nuestra atención en el principio de monomialidad asociado a ellos y determinamos los operadores derivativos y multiplicativos correspondientes..

Palabras Claves

Polinomios degenerados de Bernoulli, polinomios de Bernoulli generalizados de nivel m, polinomios degenerados de Bernoulli generalizados de nivel m.

Universidad de la Costa e-mail: wramirez4@cuc.edu.co

Referencias

1. Clemente. C, Quintana. Y, Ramírez. W.: *Degenerate versions of hypergeometric Bernoulli-Euler polynomials.* Lobachevskii Journal of Mathematics, **45**(8), 3508-3520, **2024**.
2. Costabile. F.A, Longo. E.: *A determinantal approach to Appell polynomials.* J. Comput. Appl. Math. *234* (5), 1528–1542, **2010**.
3. Costabile, F. A., Longo, E.: Δ_h*–Appell sequences and related interpolation problem.* Numer Algor. *63*, 165–186, **2013**.
4. Dattoli, G.: Hermite-Bessel and Laguerre-Bessel functions: a by-product of the monomiality principle, Advanced Special functions and applications, (Melfi, 1999), 147-164, Proc. Melfi Sch. Adv. Top. Math. Phys., 1, Aracne, Rome, **2000**.

5. Y. Quintana, W. Ramírez. A degenerate version of hypergeometric Bernoulli polynomials: announcement of results, Commun. Appl. Ind. Math. **15**(2) (2024), 36-43.

Viernes 15 de Noviembre

Capítulo 61
Álgebras de Funciones Continuas con Valores Vectoriales

Lourdes Palacios

Resumen

Las Álgebras Topológicas constituyen un tema de central importancia dentro del Análisis Funcional. En estas álgebras se conjugan dos estructuras: la algebraica y la topológica, dando lugar a un objeto con muchas propiedades interesantes. En particular, las álgebras de funciones han sido extensamente estudiadas debido a sus múltiples aplicaciones en diversas áreas de la matemática y de la física.

En esta charla haremos una exposición de los elementos necesarios para estudiar este tipo de álgebras y proporcionaremos varios ejemplos de distintos tipos de ellas. Culminaremos proporcionando algunos resultados recientes sobre ciertas álgebras de funciones continuas definidas en un espacio completamente regular de Hausdorff X y con valores en un álgebra localmente convexa $(A, \{\|\cdot\|_\alpha\}_{\alpha\in I})$ (ver [1], [2], [3]).

Palabras Claves

Álgebra topológica, álgebra localmente convexa, álgebra de funciones, seminorma, espacio completamente regular, familia de Nachbin.

Referencias

1. PALACIOS, L.; RAMOS-MARTÍNEZ, P.; SIGNORET, C. *On m-convexity in* $CV_{(0)}(X, A)$. Bol. Soc. Mat. Mex. 28, 76 (2022).
2. PALACIOS, L.; RAMOS-MARTÍNEZ, P.; SIGNORET, C. *On some properties of* $CV_{(0)}(X, A)$. Acta et Commentationes Universitatis Tartuensis de Mathematica, Volume 26, Number 2 (2022).

Universidad Autónoma Metropolitana Iztapalapa e-mail: pafa@xanum.uam.mx

3. PALACIOS, L.; RAMOS-MARTÍNEZ, P.; SIGNORET, C. *On the density of* $CV_0(X) \otimes A$ *in* $CV_0(X, A)$. Journal of Mathematical Analysis and Applications, Vol. 530 Nr. 2 (2023).

Capítulo 62
Algunos resultados sobre derivadas fraccionarias y generalizadas

Miguel José Vivas C

Resumen

En esta charla se presenta una nueva derivada generalizada, llamada derivada biparamétrica, la cual generaliza de la derivada deformable propuesta por F. Zulfeqarr en 2017, cuando el segundo parámetro, psi, es igual a uno. Se discuten algunas propiedades de la derivada y se describen las formas del teorema de Rolle y el teorema del valor medio para derivadas biparamétricas. Se define la integral biparamétrica asociada a la nueva derivada y se demuestra una versión del teorema fundamental del cálculo. Finalmente, se resuelven algunas ecuaciones diferenciales fraccionarias biparamétricas.

Referencias

1. Ahuja, Priyanka, Fahed Zulfeqarr, and Amit Ujlayan. "Deformable fractional derivative and its applications."*AIP Conference Proceedings*, vol. 1897, no. 1, 2017. AIP Publishing.
2. Vivas-Cortez, M. and J. E. N. Valdés. .ºn the generalized laplace transform."*Applied Mathematics and Information Sciences*, vol. 15, no. 5, pp. 667–675, 2021.
3. Vivas-Cortez, M., J. E. N. Valdés, J. E. Hernández, J. Velasco, and O. Larreal. .ºn non conformable fractional Laplace transform."*Appl. Math.*, vol. 15, no. 4, pp. 403–409, 2021.
4. Fleitas, Alberto, Juan E. Nápoles, José M. Rodríguez, and José M. Sigarreta. "Note on the generalized conformable derivative."*Revista de la Unión Matemática Argentina*, vol. 62, no. 2, pp. 443–457, 2021.
5. Guzmán, Paulo M., Guillermo E. Langton, Luciano M. Lugo Motta Bittencurt, Julián Medina, and Juan E. N. Valdés. .ª new definition of a fractional derivative of local type."*Math Anal*, vol. 9, no. 2, pp. 88–98, 2018.
6. Guzman, Paulo M., Luciano M. Lugo, Juan E. N. Valdés, and Miguel Vivas-Cortez. .ºn a new generalized integral operator and certain operating properties."*Axioms*, vol. 9, no. 2, p. 69, 2020.

Pontificia Universidad Católica del Ecuador (PUCE) e-mail: mjvivas@puce.edu.ec

7. Hiwarekar, A. P., and MIDC Vidyanagari. .Extension of Euler's Theorem on homogeneous function to higher derivatives."*Bulletin of the Marathwada Mathematical society*, vol. 10, no. 2, pp. 16–19, 2009.
8. Khalil, Roshdi, Mohammed Al Horani, Abdelrahman Yousef, and Mohammad Sababheh. .A new definition of fractional derivative."*Journal of computational and applied mathematics*, vol. 264, pp. 65–70, 2014. Elsevier.
9. Leibniz, G. W. "Letter from Hannover, Germany to Johann G. F. A L'Hôpital."*Leibniz Mathematische Schriften*, vol. 30, no. 1695, pp. 301–302, 1962.
10. Miller, Kenneth S., and Bertram Ross. .An introduction to the fractional calculus and fractional differential equations."*Wiley New York U. S. A.*, 1993.
11. Tarasov, Vasily E. "No violation of the Leibniz rule. No fractional derivative."*Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, vol. 18, no. 11, pp. 2945–2948, 2013. Elsevier.
12. Zulfeqarr, Fahed, Amit Ujlayan, and Priyanka Ahuja. .A new fractional derivative and its fractional integral with some example."*Konuralp Journal of Mathematics*, vol. 5, no. 2, pp. 248–259, 2017.
13. Vivas-Cortez, M., M. P. Árciga, J. C. Najera, and J. E. HernÁndez. .On some conformable boundary value problems in the setting of a new generalized conformable fractional derivative."*Demonstration Mathematica*, vol. 56, no. 1, Article 0212, 2023. https://doi.org/10.1515/dema-2022-0212.
14. Vivas-Cortez, M., L. M. Lugo, J. E. N. Valdés, and M. E. Samei. .A Multi-Index Generalized Derivative; Some Introductory Notes."*Applied Mathematics and Information Sciences*, vol. 16, no. 6, pp. 883–890, 2022. doi:10.18576/amis/160604.
15. Vivas Cortez, Miguel Jose. "Khalil conformable fractional derivative and its applications to population growth and body cooling in models."*Selecciones MatemÁticas*, 2022.
16. Lugo, L. M., J. E. N. Valdés, and M. Vivas-Cortez. .On the Generalized Laplace's Equation."*Applied Mathematics and Information Sciences*, vol. 16, no. 2, pp. 169–176, 2022. doi:10.18576/amis/160204.
17. Vivas-Cortez, M., M. U. Awan, M. Z. Javed, M. A. Noor, and K. I. Noor. .A Study of Uniform Harmonic χ-Convex Functions with respect to Hermite-Hadamard's Inequality and Its Caputo-Fabrizio Fractional Analogue and Applications."*Journal of Function Spaces*, vol. 2021, Article 7819882, 2021. doi:10.1155/2021/7819882.
18. Vivas-Cortez, M., A. Fleitas, P. M. Guzmán, J. E. Nápoles, and J. J. Rosales. "Newton's law of cooling with generalized conformable derivatives."*Symmetry*, vol. 13, no. 6, Article 1093, 2021. doi:10.3390/sym13061093.

Capítulo 63
Análisis de datos por medio de topologías generalizadas

Julian Castañeda, Carlos Giraldo, Margot Salas Brown

Resumen

En la era de los computadores el volumen y procesamiento de la información ha sobrepasado limites que antes eran impensables, seis decadas atras el diseño de algoritmos era más lento e intuitivo [3]. El avance tanto tecnológico como en ciencias básicas ha conducido al desarrollo de nuevas técnicas para el estudio de conjuntos de datos, dentro de las que se puede destacar el análisis topológico de datos [4],[5]. En esta charla proponemos una nueva técnica para la extracción de información de una nube de puntos, haciendo uso de los espacios topológicos generalizados, introducidos por Csázsár finales del siglo XX [1]. Estos espacios extienden el concepto de espacio topológico, permitiendo un enfoque más flexible y versátil, por medio del cual es posible caracterizar las propiedades topológicas de subconjuntos de interés.

Como punto de partida tomamos un conjunto X de puntos, para el cual se emplean métodos de clusterización, con el objetivo de particionar X acorde con sus propiedades de similitud [2], [4]. Posteriormente se proponen dos metodologías para dotar a X con una topología generalizada, por medio de la cual se estudian los operadores interior, clausura y frontera de un subconjunto A de X, del cual se quiere extraer la información más relevante. Adicionalmente mostramos el alcance y las limitaciones de cada una de las topologías generalizadas empleadas.
0

Palabras Claves

Topología, Análisis de datos, Topologías generalizadas, clusterización.

Universidad Distrital Fracisco José de Caldas e-mail: jacastanedac@udistrital.edu.co

Referencias

1. Á: Császár. Generalized topology, generalized continuity. *Acta Math. Hungar.*, **96** (2002) 351–357.
2. Kassambara, A. (2017). Practical guide to cluster analysis in R: Unsupervised machine learning (Vol. 1). Sthda.
3. Kleinberg, J., & Tardos, E. (2006). Algorithm design. Pearson Education India.
4. Leal, Wilmer and Restrepo, Guillermo and Bernal, Andrés A network study of chemical elements: from binary compounds to chemical trends *MATCH Commun Math Comput Chem* **68 - Vol 2** (2012) 417–42
5. Mesa, H., & Restrepo, G. (2008) On dendrograms and topologies. MATCH Commun Math Comput Chem, 60, 371-384.

Capítulo 64
Coloración de Grafos: Algoritmo Voraz y una Cota Superior para el Número Cromático

Frandeiker Castro Julio

Resumen

La teoría de grafos es una rama de las matemáticas discretas que estudia las estructuras formadas por vértices (o nodos) conectados mediante aristas. Uno de los problemas más importantes en este campo es el de la coloración de grafos, que consiste en asignar colores a los vértices de manera que si dos de ellos son adyacentes entonces no comparten el mismo color. Por otro lado, el número cromático de un grafo es el número mínimo de colores necesarios para cumplir esta condición. Encontrar este valor es un problema central en la teoría de grafos, y su cálculo exacto suele ser complicado, especialmente en grafos grandes o con estructuras complejas.

Uno de los enfoques clásicos para encontrar una coloración aproximada de un grafo y el cuál será abordado en esta ponencia es mediante el uso del algoritmo voraz. Este método consiste en colorear los vértices de forma secuencial, asignando el primer color disponible que no esté siendo utilizado por los vecinos adyacentes. Aunque el algoritmo voraz no garantiza encontrar el número cromático del grafo, ofrece una solución rápida y sencilla que sirve como una aproximación inicial. Este algoritmo es especialmente útil en grafos grandes debido a su simplicidad, aunque su precisión depende del orden en que se procesan los vértices.

Al rededor de los años, los grafistas han encontrado una gran cantidad de cotas para el número cromático, tanto superiores como inferiores, esto con el fin de agilizar el cálculo del número cromático de grafos que se resisten a darnos información de manera eficiente, por esto en esta ponencia se presentará una cota superior que relaciona el número cromático del grafo como se definió antes, con el número de independencia de un grafo que es el tamaño del conjunto independiente más grande, es decir, un conjunto de vértices sin aristas entre ellos; el número de clique que representa el tamaño del mayor subgrafo completo (clique) dentro del grafo y el

UNIVERSIDAD DEL ATLÁNTICO e-mail: fcastroj@mail.uniatlantico.edu.co

orden del grafo, se refiere al número total de vértices, dicha desigualdad viene dada por:

$$\chi(G) \leq \frac{\omega(G) + n + 1 - \alpha(G)}{2}$$

El cálculo del número cromático tiene aplicaciones prácticas en áreas como la planificación de tareas, el diseño de redes, y la optimización de recursos. La mejora en las cotas teóricas, así como la implementación de algoritmos eficientes para aproximar o calcular el número cromático, representan avances significativos en el campo. Con esto dicho, se espera que esta ponencia sirva de apoyo para despertar la curiosidad en otras personas para así poder avanzar en esta rama, ampliar conocimientos y llenar vacíos que hay hoy día en la teoría de grafos.

Palabras Claves

Grafo, número cromático, algoritmo voraz, coloración, cota, independencia, clique, orden,

Referencias

1. Bondy, J. y Murty, U. (2008). *Graph Theory*. Springer London.
2. Chartrand, G. and Zhang, P. (2009) *Chromatic graph theory*. Chapman and Hall/CRC,
3. Zhang, J. (2018). *An Introduction to Chromatic Polynomials*.
4. Murga, M. (2012-2013). *Coloración en Grafos*. Universidad de Cantabria.
5. Beineke, Lowell W., y Robin J. Wilson. (2015) *Topics in Chromatic Graph Theory. 1.a ed*. Cambridge University Press

Capítulo 65
Importancia de la función φ de Euler

Mario Pineda Ruelas

Resumen

En esta charla destacaré una de las utilidades más importantes de la función de Euler: el cálculo de inversos multiplicativos en un anillo de residuos módulo n. Una de las aplicaciones casi inmediatas es RSA.

Palabras Claves

Congruencias, números primos, función de Euler, códigos.

Referencias

1. Pineda-Ruelas, M. (2016) *Aritmética modular y teorá de grupos finitos*. Publicaciones de Ciencias Básicas e Ingeniería de la Universidad Autónoma Metropolitana.

Universidad Autónoma Metropolitana-Iztapalapa e-mail: mpr@xanum.uam.mx

Capítulo 66
¿Derivada Fraccionaria?

José Luis Guevara Rodríguez, Jhon Mina Cristian Ladino

Resumen

En un curso típico de cálculo en una variable real, nos interesa saber si una función $f(x)$ tiene derivadas de orden n, siendo n un entero positivo. Este enfoque, aunque útil, limita las posibilidades de análisis a un conjunto particular de órdenes. Pero, ?'por qué no pensar en derivadas de un orden que no sea entero positivo, o incluso en un n perteneciente a los números racionales $\mathbb{Q}$? Esta pregunta, aunque parece novedosa, ya fue planteada hace mucho tiempo. De hecho, fue mencionada en una carta dirigida a Leibniz. Lo fascinante de este acontecimiento histórico es que la idea cobraría importancia más adelante gracias a los trabajos de Abel y Liouville, en particular en su solución al problema de la tautócrona. En esta presentación, primero esbozaremos cómo se extiende el concepto de derivada de orden natural al caso de órdenes reales, mostrando algunos resultados interesantes. A continuación, exploraremos las implicaciones teóricas de esta extensión en distintos problemas matemáticos. Finalmente, veremos cómo Abel y Liouville utilizaron esta herramienta para abordar el problema de la tautócrona, lo que maró un hito importante en la historia del cálculo.

Palabras Claves

Universidad Nacional de Colombia e-mail: jlguevarar@unal.edu.co, jminal@unal.edu.co

Derivada Fracionaria, Caputo, Tautócrona, Riemann

Referencias

1. Mina, J. (2021) *Extensión de la derivada de orden natural a un orden real*. http://hdl.handle.net/20.500.12209/17262.
2. Sanchez, J. (2015) *Historias de matemáticas Génesis y desarrollo del cálculo fraccional*, Revista de Investigación Pensamiento Matemático, Número 1, Octubre 11.
3. Weeler, N. (1997) *Construction and physical application of the fractional calculus*.

Capítulo 67
Discriminante y Base Entera de Campos de Números Dihédricos

Julio Pérez Hernández, Mario Pineda Ruelas

Resumen

Como sabemos si q es un primo racional y $L = \mathbb{Q}(\theta)$ es un campo de números de grado n, entonces, teóricamente es posible factorizar

$$qO_L = P_1^{e_1} \cdots P_n^{e_n}.$$

Diremos que q se ramifica en L si $e_i > 1$ para algún $i \in \{1, \ldots, n\}$. El teorema de Dedekind establece que un primo racional se ramifica en O_L si y solo si p divide al discriminante de L, δ_L. Por lo general, necesitamos una base entera de L para calcular δ_L. En esta plática veremos como calcular en discriminante de campos dihédricos de grado 8, sin tener una base entera y finalmente vermos como encontrar una base entera a partir del discriminante calculado con anterioridad.

Palabras Claves

Campo de números, ramificación, base entera, discriminante.

Referencias

1. Alaca S, Spearman B.K. and Williams K. The Factorization of 2 in Cubic Fields with Index 2. Far East J. Math. Sci. pp. 273-282, 2004.
2. Aguilar-Zavoznik A. and Pineda-Ruelas M. Ramification of 2 in Quadratic Extensions over Some Pure Quartic Fields. International Journal of Algebra, vol. 7, no. 10, pp. 487-508, 2013.

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA METROPOLITANA-IZTAPALAPA e-mail: julioph@xanum.uam.mx,mpr@xanum.uam.mx

3. Hardy H., Hudson R.H., Richman D., Williams K.S. and Holtz N.M. Calculation of the Class Numbers of Imaginary Cyclic Quartic Fields. Mathematics of Computation, Vol. 49, No. 180, pp 615-620, 1987.
4. Llorente P. and Nart E. Effective determination of the decomposition of the rational primes in a cubic field , Proceedings of the AMS, vol. 87, No. 4, April 1983.
5. Ribenboim P. *Classical Theory of Algebraic Numbers*, Springer-Verlag, New York, 2001.

Capítulo 68
Homología simplicial

Valentina Martínez González

Resumen

En este trabajo exploraremos algunos conceptos fundamentales de la topología algebraica, centrándonos en los poliedros y su relación con la geometría algebraica. Un aspecto clave en el estudio de la topología algebraica es el grupo asociado a un espacio topológico, que funciona como un invariante crucial para la clasificación de diferentes espacios. Este enfoque nos proporciona una herramienta poderosa para entender y comparar las estructuras topológicas.

Existen diversos métodos para asociar grupos a los espacios topológicos como invariantes, y uno de los más destacados es la homología, que permite capturar las características topológicas y geométricas del espacio subyacente. El objetivo es lograr que la estructura algebraica refleje estas propiedades, permitiendo demostrar teoremas geométricos a través de argumentos algebraicos.

Principalmente, nos centraremos en el estudio de los espacios triangulizables, los cuales permiten descomponer espacios topológicos complejos en combinaciones de simplejos. Esto nos llevará a examinar la clausura del k-símplice, su dimensión, y cómo estas estructuras ayudan a definir poliedros y otros objetos geométricos en el contexto de la topología algebraica.

Finalmente, analizaremos el homomorfismo que se establece entre los poliedros y los espacios topológicos, lo que nos permitirá entender de manera más profunda cómo estas herramientas algebraicas contribuyen a resolver problemas tanto geométricos como topológicos [1.].

UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS e-mail: valmartinezg@udistrital.edu.co

Palabras Claves

Homología, complejos simpliciales, clausura, espacios triangulizables, poliedros.

Referencias

1. Croom, F. H. (2012). Basic concepts of algebraic topology. Springer Science & Business Media.

Capítulo 69
Introducción a los teoremas de Gödel

José Luis Guevara Rodríguez

Resumen

En esta presentación, queremos dar a conocer de manera informal, pero sin perder algunos detalles técnicos, el desarrollo de los teoremas de Gödel. Para ello, es necesario exponer las problemáticas planteadas por David Hilbert y su enfoque formalista sobre la construcción de teorías matemáticas, específicamente las condiciones que debe cumplir una axiomatización. El trabajo de Hilbert se fundamentó en establecer los cimientos de la geometría a partir de los números reales, los cuales deben satisfacer requisitos axiomáticos como la completitud, la independencia y la consistencia. Es en este contexto donde aparece Gödel, quien desafía las esperanzas de Hilbert en cuanto a la fundamentación de los números reales, problema que corresponde al segundo de los 23 problemas propuestos por él en el congreso de París en 1900 y que Gödel da con una respuesta negativa.

Palabras Claves

Gödel, Incompletitud, Hilbert, Consistencia, Completitud

Referencias

1. Nagel, E. y Newman, J. (1999) *El teorema de Gödel*. Editorial Tecnos, Madrid.
2. Martínez, G. Y Piñero, G. (2015) *Gödel para todos*. Seix Barral, Buenos Aires.
3. Piñero, G. (2017) *Dos teoremas que revolucionaron las matemáticas*. RBA, Buenos Aires.

Universidad Nacional de Colombia e-mail: jlguevarar@unal.edu.co

Capítulo 70
Resultados tipo Lancret para curvas en el espacio de Minkoswski

Héctor Guerrero Mora

Resumen

En la geometría diferencial de curvas del espacio euclideano tres dimensional, es conocido la existencia de dos funciones escalares que determinan el comportamiento de la curva, las cuales se denominan: curvatura y torsión. Estas funciones aparecen en algunos casos relacionadas en una ecuación conocida como ecuación natural o ecuación intrinseca de la curva [1]. Trabajos de definir la curva, encontrar su ecuación natural y en lo posible hallar su vector de posición son temas de interes en el estudio de la geometría diferencial de curvas, tal como lo muestra algunos resultados clásicos como el de las hélices generales y otros resultamos más recientes como es el caso de las hélices slant, que fueron introducidas por S. Izumiya y N. Takeuchi [2] y las curvas rectificantes, que fueron definidas por Chen [3]. Extender estas definiciones asi como sus resultados principales a otros espacios ambientes son temas interesantes que ha dado origen a muchas investigaciones, como podemos ver en [4, 5, 6].
En esta ponencia definimos una nueva familia de curvas en el espacio euclideano tres dimensional, usando un concepto tipo Lancret [7] y analizamos como se representa su ecuación natural. Luego, usando técnicas de la geometría pseudo-riemanniana [8], generalizamos este resultado al espacio de Minkoswski. En este proceso examinamos el paralelo que existe con la geometría euclidiana al hacer este tipo de generalizaciones.

Palabras Claves

Hélices generales, Hélices slant, Curvas rectificantes, Espacio de Minkoswski.

UNIVERSIDAD DEL CAUCA e-mail: heguerrero@unicauca.edu.co

Referencias

1. Struik, D.(1988) *Lectures on classical differential geometry*. Dover Publications, Inc., New York, EEUU.
2. Izumiya, S. and Takeuchi, N.(2004)" New special curves and developable surfaces". *Turk. J. Math* V. 28, 153–163.
3. Chen, B. Y. (2003)" When does the position vector of a space curve always lie in its rectifying plane?".*Amer. Math. Monthly* V. 110, 147–152.
4. Ali, A. and Turgut, M. (2010) " Position vector of a time-like slant helix in Minkowski 3-space". *J. Math. Anal. Appl* V. 365, 559–569.
5. Ali, A. and López, R. (2011) " Slant helices in Minkowski space E_1^3". *J. Korean Math. Soc.* V. 48, 159–167.
6. Lucas, P. and Ortega, J. (2019) " Slant helices: a new approximation".*Turk. J. Math.* V. 43, 473–485.
7. Lucas, P. and Ortega, J. (2023)" A generalization of the notion of helix".*Turk. J. Math.* V. 47, 1158–1168.
8. O'Neill, B. (1983) "Semi-Riemannian Geometry With Applications to Relativity".*Academic Press Inc.*, New York, EEUU.

Capítulo 71
Teoría de Representaciones en Espacios de Krein: El grupo de Lie SU(1,1)

Arley Yessit Sierra Acosta, Osmin Oberto Ferrer Villar

Resumen

En la presente charla hablaremos de teoría de representaciones sobre espacios de Krein, introduciendo la definición de representaciones unitarias sobre espacios de Krein, y comparándolas con las representaciones unitarias sobre espacios de Hilbert. Trabajaremos sobre el grupo de Lie matricial $\mathrm{SU}(1,1)$, demostrando por ejemplo que no exiten representaciones irreducibles unitarias de dimensión finita definidas en este grupo de Lie sobre un espacio de Hilbert, pero para el caso de espacios de Krein sí existen [4], para ver esto basta considerar el espacio vectorial de polinomios homogéneos de dos variables, con coeficientes complejos y de grado $s \in \mathbb{N}_0 = \mathbb{N} \cup \{0\}$, es decir,

$$\mathcal{V}^s = \mathrm{gen}\{f_k^s(z_1, z_2) := z_1^k z_2^{s-k} : k = 0, 1, \cdots, s\},$$

dotado con la forma sesquilineal indefinida

$$\left\langle \sum_{k=0}^{s} a_k f_k^s(z_1, z_2), \sum_{l=0}^{s} b_l f_l^s(z_1, z_2) \right\rangle = N^2 \sum_{k=0}^{s} \binom{s}{k}^{-1} (-1)^{s-k} \bar{a_k} b_k,$$

para cualquier $N > 0$, lo que le da estructura de espacio de Krein. Además, si el tiempo lo permite responderemos la pregunta de por qué estudiar teoría de representaciones sobre espacios de Krein permite pensar en estudiar estados coherentes de Perelomov generalizados sobre este tipo de espacio.

Universidad de Sucre e-mail: arley.sierra@unisucre.edu.co

Palabras Claves

Grupo de Lie, representaciones, espacio de Krein, estados coherentes

Referencias

1. A. Perelomov, *Generalized Coherent States and Their Applications*, Springer, Berlin, 1986.
2. M. Combescure, D. Robert, *Coherent States and Applications in Mathematical Physics*, Springer, New York, 2012.
3. C. Hall, *Lie Groups, Lie Algebra and representations: An Elementary Introduction*, Springer, New York, 2003.
4. A. Sierra, E. Wagner, *Estados Coherentes de SU(1,1) en Espacios de Krein*, Tesis maestría, UMSNH, Morelia, 2020.

Capítulo 72
Una generalización de los operadores de aproximación rough flexible vía funciones de tránsito

José Sanabria, Leison Noriega, Osmin Ferrer

Resumen

La teoría de conjuntos flexibles propuesta por Molodtsov [2] es una herramienta novedosa para tratar la incertidumbre presente en diversos campos como la ingeniería, la economía, la informática, las ciencias médicas, entre otros. A diferencia de las herramientas tradicionales como la teoría de la probabilidad y la teoría de conjuntos difusos, la teoría de conjuntos flexibles brinda un marco teórico con libertad para la elección de parámetros, logrando superar ciertas limitaciones asociadas a la incertidumbre. Sin embargo, en algunos casos se requiere de una hibridación de la teoría de conjuntos flexibles con otras teorías, para establecer paradigmas más amplios y hacer que el proceso de toma de decisiones sea mucho más sencillo y eficiente a partir de los datos disponibles. Entre las hibridaciones de los conjuntos flexibles, se destaca la teoría de conjuntos rough flexibles creada por Feng et al. [1], donde introdujeron las nociones de aproximaciones rough flexible reemplazando las clases de equivalencia por subconjuntos parametrizados de un conjunto universal. En este trabajo, empleamos funciones de tránsito para presentar una generalización de los operadores de aproximación rough flexibles propuestor por Li et al. [3], establecemos algunas propiedades de los nuevos operadores de aproximación y damos ciertos ejemplos ilustrativos.

Palabras Claves

Conjunto rough, conjunto flexible, aproximaciones rough flexible, funciones de tránsito.

Dpto. de Matemáticas, Universidad de Sucre e-mail: jose.sanabria@unisucre.edu.co, leison7noriega@gmail.com,osmin.ferrer@unisucre.edu.co

Referencias

1. Feng, F.; Liu, X.; Leoreanu-Fotea, V.; Jun, Y. B. (2011) "Soft sets and soft rough sets", *Information Sciences*, V. 181(6), 1125-1137. https://doi.org/10.1016/j.ins.2010.11.004
2. Molodtsov, D. (1999) "Soft set theory-First results", *Computers & Mathematics with Applications*, V. 37(4-5), 19-31. https://doi.org/10.1016/S0898-1221(99)00056-5
3. Li, Z.; Qin, B.; Cai, Z. (2013) "Soft rough approximation operator and related results", *Journal of Applied Mathematics*, V. 2013, Article ID .241485, 15 pages. https://doi.org/10.1155/2013/241485

Capítulo 73
Operadores de Convolución:Teoría y Aplicaciones

Oswaldo Dede Mejía

Resumen

En 1899, Oliver Heaviside introdujo en su obra en "Electromacnetic Theory" introdujo unos operadores que permitían resolver ecuaciones diferenciales conectadas con problemas de circuitos y en general con problemas electrofecuencia al uso de tales operadores se le designó como "cálculo operacional" pero en él aparecián ciertos operadores cuyo significado no estaba claro y el mismo Heaviside era concienciente de tales dificultades.

Esto conllevo a los matemáticos de la época a dudar en algunos casos o a buscar la justificación matemática de su uso, con otros casos.

Para la segunda década, Paul Dirac utilizó una "función extraña" que se conoce como δ de Dirac, la cual no es una función en el sentido clásico, pero que funcionaba de manera heurística, siendo utilizada sin miramientos justificacionista.

Esto llevó a matemáticos como Adams y Laurent Schwartz, en la década de los 40 a crear una Teoría, que llamarían de "Funciones Generalizadas" o " Distribuciones" fundamentada en el Análisis Funcional.

El polaco Jan Mikusiński instauró su cálculo operacional basado en conceptos algebraicos como "Cocientes de Convolución" que en realidad son funciones generalizadas, éste es el tema de nuestra charla.

Palabras Claves

Convolución, ecuaciones integrales, cocientes de convolución, cálculo operacional.

Corporación Universitaria Unicorsalud e-mail: dedemejia@gmail.com

Referencias

1. W. Arveson., *A Short Course in Spectral Theory*. Springer Verlag, Berlin, 2001.
2. P. Barreiro., *Funciones de Green y Aplicaciones en Física*. Universidad de Valladolid, 2010.
3. J. Behrndt., *Boundary Value Problems, Weyl Functions and Differential Operators*. Mon. Math., Vol. 108, Birkhäuser., 2010.
4. J. Caicedo and A. Castro., *Ecuaciones Semilineales con Espectro Discreto*. Universidad Nacional de Colombia, Bogotá., 2012.
5. W. Derrick., *Métodos Topológicos en Análisis*. Sociedad Colombiana de Matemáticas, 1977.
6. K. Deimling., *Nonlinear Functional Analysis*. Springer Verlag, Berlin, 1985.
7. A. Fernádez., *Actualidad y Aplicaciones de la Topología y el Análisis Funcional*. Universidad Complutense de Madrid., 2017.
8. N. Krasnov., *Ecuaciones integrales*. Editorial MIR, Moscú., 1977.
9. D. Kreider., *Introducción al Análisis Lineal*. Fondo Educativo Interamericano, Vol 2, 1971.
10. M. Zuluaga., *Operadores integrales de Hammerstein, su espectro y aplicaciones. Rev. Col. Math. Vol XVII. 73-98, 1983.*

Universidad del Atlántico